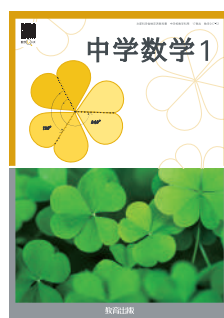


数学のイントロダクション

～算数から数学へのスムーズなつながりを目指して～



目次

算数から数学へのスムーズなつながり…………… 2

- 1 はじめに
- 2 算数科と数学科の違い
- 3 算数科から数学科へのつながりの実態
- 4 算数科から数学科へのスムーズなつながりに向けて
- 5 おわりに

算数から数学へのスムーズなつながりを実現するために…………… 6

- 学び方や見方・考え方の重視
- 学び直しの充実
- 1年1章「整数の見方」を活用した数学の授業開き

1 はじめに

現在の我が国の算数・数学教育においては、小学校では算数科、中学校では数学科という教科名となっています。なぜ算数科から数学科に教科名が変わるのでしょうか。この問いは、数学教師ならば一度は考えたことのある問いでしょう。しかし、この問いに明確に答える文献はあまり多くはありません。本稿では、この問いに明確に答えているいくつかの文献を端緒としながら、小学校算数科（以後、算数科とする）と中学校数学科（以後、数学科とする）のスムーズなつながりについて考えていきたいと思います。この考察の過程は、算数科と数学科の本質的な違いを明確にするとともに、算数科での学びを活かした、効果的な数学科の学びの実現への示唆を与えてくれるでしょう。

2 算数科と数学科の違い

算数科と数学科の違いはどこにあるのでしょうか。算数科では身の回りの問題に対する算数の有用性が重視され、数学科では論理性を用いた真の命題の一般性の構築が重視されます。この違いを経験的に感じられる方も多いことでしょう。この違いの根本は歴史的な制度改革にあるとされています(平林、1986)。

(1) 教育制度の歴史による違い

明治維新前の我が国には、2つの教育制度がありました。庶民のための教育と学者・指導者のための教育です。庶民のための教育として、寺子屋では読み・書き・算術が教えられていました。これは、庶民の生活に必要な知識・技能を授ける1つの完結した教育システムでした。これに対して、学者・指導者のための教育として、藩校などは中世の大学の予備教育となる古典的な学問教育を行う教育システムでした。明治時代の東京帝国大学も、国の指導

者の養成機関だったとも指摘されています(天野、2007)。この庶民のための教育と学者・指導者のための教育が明治維新後に制度上一体化され、それが我が国の現在の教育システムのもととなっています。そしてこの異なる目的をもった教育システムの接点が前期中等教育、つまり中学校教育となります。このように、我が国の現在の教育システムの形成過程を概観しただけでも小学校と中学校、つまり算数科と数学科に大きな違いが生じている可能性があることが分かります。算数科のもととなった寺子屋での算術は実用的目的を重視し、数学科のもととなった数学は文化的目的、つまり数学そのものを学ぶことを重視しています。

(2) 学習内容による違い

算数科と数学科には、歴史上の制度による違い以外にも違いはあるのでしょうか。当然、算数科と数学科の学習内容には違いがありますが、学習内容における本質的な違いは何でしょうか。この本質的な違いについては、従来から変数と論証にあると言われています(平林、1986；國宗、2017)。

変数、つまり文字式の指導について考察してみましょう。小学5年までは○や△などの記号を用いますが、小学6年からは x や y 、 a などの文字を使用します。しかし、算数科での x や y はあくまでもある特定の数量を代入するためのプレースホルダーとしての記号という意味合いが強く、数学科での変域を意識した変数としての記号使用ではありません。文字式に代入される対象の一般性に関する違いが算数科と数学科における文字式指導の本質的な違いとなります。

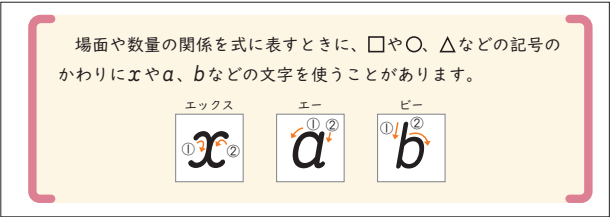


図1 算数科における文字式の指導 (令6版『小学算数6』p.15)

次に論証についてです。算数科では事象に関して帰納的に考えることによって、事象に共通する性質を一般的な数学の本質として見いだす活動が大切にされます。一方、数学科では帰納や類推によって見いだされた数学の仮説を演繹によって証明する活動が大切にされます。算数科で演繹を指導したり数学科で帰納を指導したりすることももちろんありますが、算数科では帰納が重視され、数学科では演繹が重視されます。この違いを子どもたちはどのように感じているのでしょうか。例えば、算数科における三角形の内角の和の学習では、学級内の一人一人が思い思いの三角形を折り紙から切り出し、その3つの角を手でちぎって集める活動がよく行われます。学級全員が異なる三角形を作っていたのにもかかわらず、どの三角形でも3つの角が一直線上に並ぶことから、三角形の内角の和は 180° であると帰納的に一般化します。

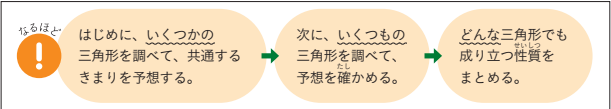


図2 算数科における三角形の内角の和の学習 (令6版『小学算数5』p.75)

一方、数学科ではこの算数科での活動をもとに「すべての三角形を調べたかな?」という問いをカギとして、算数科での真となる命題を疑い、対頂角や平行線の同位角、錯角の性質を活用して、改めて対象となる命題を演繹的に一般化します。このように、算数科と数学科では、帰納の重視と演繹の重視という一般化に関する違いがあります。数学をつくり上げる方法の違いです。

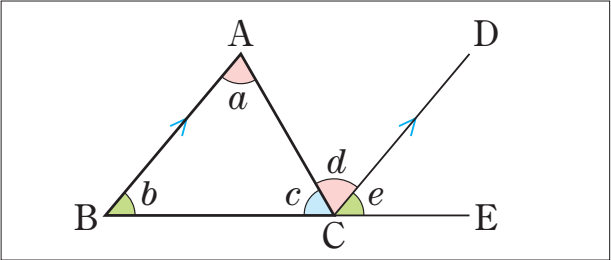


図3 数学科における三角形の内角の和の学習 (令7版『中学数学2』p.116)

変数についても論証についても、思考対象の一般性が重要です。数学は論理的に無矛盾の体系であるがゆえに一般性もちます。このような一般性をもつ数学をつくり上げる方法が異なることが、算数科と数学科の学習内容に伴う本質的な違いでしょう。したがって、算数科から数学科へのスムーズなつな

がりを実現するためには、数学をつくり上げる方法の質的な変化を子どもたちが実感できる授業デザインが必要となります。

3 算数科から数学科へのつながりの実態

算数科と数学科のつながりは現在どのようになっているのでしょうか。全国学力・学習状況調査の質問紙調査の結果から推察してみましょう(国立教育政策研究所、2022)。表1は、平成31(2019)年度の全国の小学6年生が回答した結果と、同じ子どもたちが令和4(2022)年度、すなわち中学3年時に回答した結果を比較したものです。表の数値は、それぞれの質問に対して肯定的反応(「当てはまる」、「どちらかといえば、当てはまる」)を示した子どもの割合です。

質問項目	2019 小6	2022 中3
算数(数学)の勉強は好きですか	68.7	58.3
算数(数学)の勉強は大切だと思いますか	93.7	86.7
算数(数学)の授業の内容はよく分かりますか	83.5	76.2
算数(数学)の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思いますか	92.5	76.4

表1 平成31(2019)年度小学6年生の縦断的変容(%)

この結果を見て、どのように感じられるでしょうか。小学6年の4月と中学3年の4月の比較ですので、算数科と数学科の接続時というよりも、算数科と数学科の接続の過程と見るほうが適切でしょう。ここで注目したいのは、1番目の質問と4番目の質問です。1番目の質問への回答では、肯定的反応の割合が10.4ポイント減少しています。これは、数学科の学習を通して、数学を好きでないと感じる子どもが増えたことを示しています。また、4番目の質問でも16.1ポイント減少しており、数学は将来役に立たないと感じる子どもが増えたことを示し

ています。このことは、算数科や数学科にかかわる我々にとってとても大きなことのように感じられます。子どもたちに数学を好きでいてもらいたい、個々の子どもたちの将来にとって数学は有用であると感じてもらいたいとすべての数学教師が願っているはずです。

4 算数科から数学科へのスムーズなつながりに向けて

数学が好きな子ども、数学は有用であると感じられる子どもを数学科で増やしていく、少なくとも減らさないようにしていくためにはどのような手立てが必要でしょうか。その具体として、数学をつくる方法の段階的導入、数学的な見方をもとにしたものづくりを提案します。

(1) 数学をつくる方法の変化の段階的導入

算数科と数学科の違いで述べたように、両者には数学をつくる方法に違いがあります。前者は帰納的推論を用いて算数をつくります。後者は演繹的推論を用いて数学をつくります。したがって、算数科から数学科へのスムーズなつながりを実現するためには、小学校では演繹的推論を用いた数学的活動を、中学校では帰納的推論を用いた数学的活動を意図的に実施していく必要があります。小学校での演繹的推論を用いた数学的活動の例としては、「(分数) ÷ (分数) はなぜわる数をひっくり返してかければよいのか？」を考察する活動が考えられます。この問いに論理的に答えていく姿が算数科の1つの最高到達点であると言われます(岩崎、2007)。

ここでは、平成29年告示の学習指導要領から、中学3年から1年に移行した素因数分解を例に、中学校側の工夫を考えてみます。この素因数分解を、数学科の授業開きの学習として扱ってみてはどうでしょうか。多くの先生方が、数学科では算数科と異なり、演繹的推論が重要だと授業開きで話をされたいと思います。しかし、単なる話だけではなく、数学の内容とセットで演繹的推論の重要性に子どもたち自身が気付いていく数学的活動が必要ではないでしょうか。

算数科では、自然数の約数を右上図のように因数

の組を考えることで操作的に求めてきました。

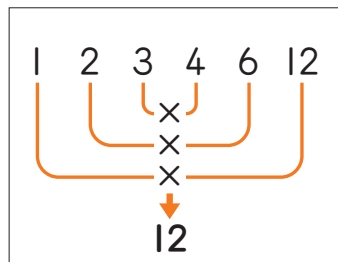


図4 約数を操作的に求める算数科の方法(令6版『小学算数5』p.113)

したがって、子どもたちに「60の約数には何があるかな？」と問いかけると、子どもたちは上図と同様の操作的方法で求めるでしょう。しかしここで「本当にそれですべてかな？」と問いかけ、さらに「120の約数は?」、「240の約数は?」、「480の約数は?」、…と次々と問いかけてみてはどうでしょうか。すると、だんだんと操作的方法が煩わしくなってきます。ここで素因数分解を利用すると、60、120、240、480、…は単に素因数2の個数が増えていることや、約数は素因数の組み合わせを落ちや重なりなく考えれば、下図のようにすべて式の形で導き出せることが見えてきます。

素因数分解を利用すると、ある自然数にどんな約数があるか調べることができる。

たとえば、60を素因数分解すると、
 $60=2^2 \times 3 \times 5$ …… ①
となる。素因数2、2、3、5の積の組み合わせを考えると、
①の式は次のように変形することができる。

$60=2 \times (2 \times 3 \times 5) = 2 \times 30$
 $60=3 \times (2 \times 2 \times 5) = 3 \times 20$
 $60=5 \times (2 \times 2 \times 3) = 5 \times 12$
 $60=(2 \times 2) \times (3 \times 5) = 4 \times 15$
 $60=(2 \times 3) \times (2 \times 5) = 6 \times 10$

また、1と60は60の約数であるから、これらを合わせて、
60の約数は、
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
であることがわかる。

2つの自然数の積になるように変形しているんだね。

図5 約数を論理的に求める数学科の方法(令7版『中学数学1』p.20)

以上のような活動を通して、自然数を素数の積で表すという数学的な見方を用いることで、約数が論理的に求められることに気づきます。この数学的活動では、算数科で操作的な過程を経て導出された約数が、数学科では数学的な見方をもとに演繹的に推論をすることで簡潔に導出できる楽しさを実感することができます。数学科の授業開きの単元として、数学の面白さを味わわせるとともに、算数科と数学科のスムーズなつながりに寄与することができる数学的活動となるでしょう。

(2) 数学的な見方をもとにしたものづくり活動の導入

ものづくりの活動を、数学の有用性を味わわせるための数学的活動として行う手立ても考えられます。中学1年では、図形の作図や移動について学習します。作図では図形を静的に見ることによって、基本的な作図方法の過程に対称な図形を見いだしていきます。一方、移動では図形を動的に見る必要があります。したがって、移動の学習に無理なくつなげるためには、静的な見方から動的な見方へと、図形の見方を拡張することが大切です。そのための活動として、例えば、「国際交流の際にプレゼントする日本の伝統的なデザイン画をつくろう」などの活動が考えられます。矢絣模様や麻の葉模様を参考に、子ども一人一人がオリジナルデザインをつくる活動です。教師から学習課題が与えられるのではなく、子ども自身が自ら問いをもち、対称の軸や回転の中心を設定するなどして、数学的な見方を働かせながら活動することができます。また、総合的な学習との教科横断的なものづくり活動を通して、数学の有用性を味わうこともできます。このような実用的目的を意識した活動を算数科のみならず数学科でも意図的にカリキュラムに取り込んでいくことは、子どもたちにとっての数学科の有用性を高めることにも、算数科と数学科のスムーズなつながりにも寄与することでしょう。

5 おわりに

本稿では、算数科と数学科の違いを端緒として算数科と数学科のスムーズなつながりについて考え、具体的な事例を簡単に2つ紹介しました。大切なことは、子どもの問いをもとに数学的な見方・考え方を働かせ、演繹的に考えることで問題を解決する達成感や数学そのものの楽しさを味わわせることです。そのためには我々数学教師の毎日の実践に対する熱い思いが大切です。日々の実践の改善に向け、毎日一歩ずつ進んでいきましょう。

参考文献

- ・天野郁夫(2007) 増補 試験の社会史、平凡社。
- ・岩崎秀樹(2007) 数学教育学の成立と展望、ミネルヴァ書房。
- ・國宗進(2017) 数学教育における論証の理解とその学習指導、東洋館出版社。
- ・国立教育政策研究所(2022) 令和4年度全国学力・学習状況調査報告書 質問紙調査。
<https://www.nier.go.jp/22chousakekkahoukoku/report/data/22qn.pdf>
- ・平林一栄(1986) 数学教育の有効性のために、奈良教育大学紀要、35(2)、pp.1-17。



松島 充(まつしま みつる)
1974年静岡県生まれ。
静岡県公立小・中・特別支援学校教諭、
広島大学附属東雲小学校教諭などを経
て現職。
教育出版『小学算数』『中学数学』編集・
執筆。

次ページから、教科書でどんな工夫をしているか
具体的にご紹介いたします！

算数から数学へのスムーズなつながりを実現するために

学び方や見方・考え方の重視

教育出版の教科書は小学校から一貫して、自ら問いをもち、その問いを協働的に解決し、さらに新たな問いに向かう（**?**⇒**!**⇒**!?**）という学び方を大切にしています。また、小中ともに、巻頭では、既習内容をもとにして数学的な見方・考え方を系統的に紹介し、意識づけを図っています。

学びのサイクルの重視

▲令6版『小学算数6』p.2-3

▲令7版『中学数学1』p.4-5

見方・考え方の指導の重視

子どもたち**自らが見方・考え方を働かせられる**ようになります

▲令6版『小学算数6』p.4-5

▲令7版『中学数学1』p.6-7

学び直しの充実

数学をつくっていくうえでは、算数で学習した知識も欠かせません。そこで、1年巻末「学びのマップ」では、算数の内容とその系統性をいつでも振り返ることができるようにしています。さらに、1年巻末「小学校算数計算のふり回り」や、各章の入口にある「学習する前に」でも、学習に必要な既習事項を確認できます。

学びのマップ

▲1年 p.288-289

小学校算数 計算のふり回り

▲1年 p.287

整数の見方

▲1年 p.12

アニメーションで**動的に振り返る**こともできます

生徒の**既習事項の理解度を把握**することができます

1年1章「整数の見方」を活用した数学の授業開き

1年1章「整数の見方」の学習内容を、算数から数学へのスムーズなつながりという観点で紹介します。この章を、年度初めの数学の授業開きに活用してはいかがでしょうか。

章とびら（1年 p.13）

▲1年 p.13

章とびらでは「素数ゼミ」を取り上げ、数学の有用性を実感できるようにしています。さらに、一通り学習を終えたあとで、章とびらで扱った話題を再度取り上げ、学習による自己の成長も感じられるようにしています。

1章 整数の見方

▲1年 p.22

これから始まる**数学の学習も実生活・実社会に生きていることが印象付けられる**ようにしています

Let's Try（1年 p.14-15）

章の導入では、タイルを並べていろいろな形の長方形を作るという身近な課題を設け、主体的に問いをもって章の学習に入ることができるようにしています。

Let's Try

▲1年 p.14-15

Q1

Q2

▲1年 p.14-15

長方形の作り方を**試行錯誤**できるシミュレーションを用意し、**具体的な操作を通してスムーズに数学の学習に入ることができる**ようにしています

