全国学力・学習状況調査にみられる 課題とその手立て

教科書を用いた指導のポイント

本資料では、全国学力・学習状況調査（令和3年度～令和5年度）で正答率の低かった問題を取り上げ、課題とその手立て、教科書における取り扱いをご紹介します。

目次

(知識・技能)

- ① 素因数分解・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
- ② 自然数の意味・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2
- ③ 空間での平面の決定・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3
- ④ 反例の意味・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4
- ⑤ 関数の表現・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5
- ⑥ 反比例の性質・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6
- ⑦ 変化の割合・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 7
- ⑧ 累積度数の意味・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 8

(活用)

- ⑨ 式の利用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 9
- ⑩ 図形の証明・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 11
- ⑪ 箱ひげ図の利用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 13

① 素因数分解 <1年1章 整数の見方>

正答率
52.9%

令和4年度 全国学力・学習状況調査 ①

1 42を素因数分解しなさい。

出題の趣旨

自然数を素数の積で表すことができるかどうかをみる。

正答

$$2 \times 3 \times 7$$

誤答例

2, 3, 7
⇒42の素因数を記述しているが、それらを積で表すといった素因数分解することの意味を理解していないと考えられる。

指導のポイント

整数の性質について理解を深める場面において、整数を様々な視点から捉えることができるようにするために、自然数を素数の積で表すことが大切である。

指導にあたっては、**自然数を約数の積に表す活動を通して、表現された約数の中に素数の積があることを調べたり、素数の意味を確認したりする場面を設定することが**考えられる。自然数を約数の積に表す場合には多様な式での表現があるが、素数の積の場合にはその表現はただ一通りであることを、具体的に知ることができる。

1年・整数の見方 p.17

問4 次の㉔～㉞の式の中で、28を素因数分解したものはどれですか。

- ㉔ $28=1 \times 28$ ㉕ $28=2 \times 14$
- ㉖ $28=4 \times 7$ ㉞ $28=2 \times 2 \times 7$

POINT

自然数を約数の積に表し、表現された約数の中に素数の積があることを調べる場面を設定しています。

1年・整数の見方 p.20

2 素因数分解の利用

素因数分解を利用して、数の見方をさらに深めてみましょう。

すべて書いてみよう
Q 60の約数をすべて書いてみましょう。

約数を効率よく求める方法はないのかな。

素因数分解を利用すると、ある自然数にどんな約数があるか調べることができる。

たとえば、60を素因数分解すると、

$$60=2^2 \times 3 \times 5 \dots\dots ①$$

となる。素因数2, 2, 3, 5の積の組み合わせを考えると、

①の式は次のように変形することができる。

$$60=2 \times (2 \times 3 \times 5) = 2 \times 30$$

$$60=3 \times (2 \times 2 \times 5) = 3 \times 20$$

$$60=5 \times (2 \times 2 \times 3) = 5 \times 12$$

$$60=(2 \times 2) \times (3 \times 5) = 4 \times 15$$

$$60=(2 \times 3) \times (2 \times 5) = 6 \times 10$$

2つの自然数の積になるように変形しているんだね。

また、1と60は60の約数であるから、これらを合わせて、60の約数は、

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

であることがわかる。

POINT

素因数分解を利用して約数を求める活動を通して、素因数分解のよさを感じるとともに、整数に対する見方をさらに広げ、整数の性質についての理解を深めることができるようにしています。

② 自然数の意味

〈1年1章 整数の見方／1年2章 正の数、負の数〉

正答率
46.6%

令和5年度 全国学力・学習状況調査 ①

① 下のアからオまでの数の中から自然数をすべて選びなさい。

- ア -5
- イ 0
- ウ 3
- エ 4.7
- オ 9

出題の趣旨

自然数の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

ウ、オ

誤答例

イ、ウ、オ
⇒自然数は0と正の整数であると捉えていると考えられる。

指導のポイント

数の範囲を正の数と負の数にまで拡張して、数の集合を捉え直す場面を設定し、自然数や整数の意味を理解できるようにすることが大切である。

指導にあたっては、**新しく捉え直した数の集合に基づいて、様々な数の中から自然数や整数を判断する活動を取り入れる**ことが考えられる。その際、小学校算数科においては、整数を0と正の整数を合わせたものとして捉えていたことを振り返り、中学校数学科では、負の整数を加えて、整数を正の整数（自然数）、0、負の整数と捉え直し、整数の意味についての理解を深めることが大切である。

なお、このように数の集合を捉え直すことは、第3学年の有理数や無理数の学習においても大切である。

1年・整数の見方 p.16

ものの個数を数えたり、ものの順番を示したりするときに使われる数1, 2, 3, 4, 5, ……を**自然数**という。

自然数である12は、たとえば、次のような自然数の積の形で表すことができる。

整数には0をふくめるけれど、自然数には0をふくめないだね。

POINT

当社の教科書では、正の数と負の数を学習する前に自然数を定義しています。自然数には0を含めないことについても、吹き出しで注意喚起をしています。

1年・正の数、負の数 p.29

これからは、数といえば、正の数、0、負の数のすべてをさすことにする。

したがって、**整数**といえば、正の整数、0、負の整数のすべてをさす。

自然数は、正の整数である。

もどって確認
自然数
▶ p.16

⑥ 次の数の中から、整数をすべて選びなさい。

また、自然数をすべて選びなさい。

+1.3, 0.4, -7, +9, -0.8, 4, $\frac{2}{7}$, 0, $-\frac{3}{5}$

補充問題
p.297 5

① -を使うと、0よりも小さい数を考えることができるんだね。

② 見方・考え方
条件や範囲をひろげて考える

POINT

正の数と負の数について学習したあとでは、自然数や整数などの数の集合を捉え直す場面を設定し、様々な数の中から自然数や整数を判断する活動を取り入れています。

③ 空間での平面の決定 <1年7章 空間図形>

正答率
31.1%

令和5年度 全国学力・学習状況調査 ③

③ 空間における平面が1つに決まる場合について正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 1点をふくむ平面は1つに決まる。
- イ 2点をふくむ平面は1つに決まる。
- ウ 1つの直線上にある3点をふくむ平面は1つに決まる。
- エ 1つの直線上にない3点をふくむ平面は1つに決まる。

1年・空間図形 p.220

● 平面の決定

Q 通しているのはどうしてかな?

下じきを指先の上に乗せて、動かさないように支えるには、2本の指よりも3本の指のほうが適しています。それはどうしてでしょうか。

平面は、限りなく広がっている平らな面と考える。
平面は1つの文字を使って、平面Pと表すことがある。
平面P上の2点A, Bを通る直線ℓは平面Pにふくまれる。このとき、直線ℓは平面P上にあるという。

2点A, Bをふくむ平面は、右の図の平面P, Q, Rのようにいくつもある。しかし、1直線上にない3点A, B, Cをふくむ平面は1つしかない。したがって、次のことがいえる。

1直線上にない3点をふくむ平面は1つに決まる。

また、次の場合にも平面は1つに決まる。

- (ア) 1直線とその直線上にない1点
- (イ) 平行な2直線
- (ウ) 交わる2直線

問1 三脚を使ってカメラを立てると、安定するのはなぜですか。四脚にした場合は安定しますか。

出題の趣旨

空間における平面が同一直線上にない3点で決定されることを理解しているかどうかをみる。

正答

エ

誤答例

イ

⇒2点を含む平面や1つの直線上にある3点を含む平面はいくつもあることを捉えることができていないと考えられる。

指導のポイント

空間における平面が1つに決まるときの条件について、観察や操作などの活動を通して、実感を伴いながら理解できるようにすることが大切である。

指導にあたっては、空間における平面が1つに決まる条件として、「2点を含む平面は1つに決まる。」や、「1つの直線上にある3点を含む平面は1つに決まる。」など、条件として不十分なものを取り上げ、平面が1つに決まるにはさらにもどのような条件が必要かを考察する活動を取り入れることが考えられる。その際、図を観察することなどを通して、1つの直線を含む平面がいくつもあることを捉え、そのうえで、同一直線上にない3点で平面が1つに決まることを確認することが大切である。

POINT

1つの直線を含む平面がいくつもあることを図で示しています。

POINT

下じきや三脚など、身のまわりにある事象を取り上げ、空間における平面についての理解を深められるようにしています。

令和4年度 全国学力・学習状況調査 ③

③ 優真さんは、次の予想がいつでも成り立つかどうかについて考えています。

予想

1組の向かい合う辺が平行で、もう1組の向かい合う辺の長さが等しい四角形ならば、その四角形は平行四辺形である。

上の予想がいつでも成り立つかどうかを、図をかいて考えることにしました。下の図のように、はじめに、平行な2直線 l 、 m 上に3点A、B、Dをとり、線分AB、ADをかきました。次に、点Dを中心として、線分ABの長さと同じ半径の円をかいたところ、直線 m と2点C、Eで交わり、平行四辺形になる四角形ABCDと、平行四辺形にならない四角形ABEDの2つがかけました。

前ページの予想がいつでも成り立つかどうかを示すことについて、正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 予想がいつでも成り立つことを示すためには、図のように平行四辺形になる四角形ABCDが1つかければよい。
- イ 予想がいつでも成り立つことを示すためには、点A、B、Dの位置を変えて、図の平行四辺形ABCDのほかに、平行四辺形になる四角形をかく必要がある。
- ウ 予想がいつでも成り立つとはいえないことを示すためには、図のように平行四辺形にならない四角形ABEDが1つかければよい。
- エ 予想がいつでも成り立つとはいえないことを示すためには、点A、B、Dの位置を変えて、図の四角形ABEDのほかに、平行四辺形にならない四角形をかく必要がある。

出題の趣旨

反例の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

ウ

誤答例

イ

⇒図のように平行四辺形ABCDが1つかけたことから、予想がいつでも成り立つと考え、さらに点A、B、Dの位置を変えて、図の平行四辺形ABCD以外の平行四辺形を見つけることができれば、予想がいつでも成り立つことを示すことができると捉えていると考えられる。

指導のポイント

命題やいくつかの場合から推測した事柄について考察する場面では、命題や事柄が常に成り立つことを説明するだけでなく、常に成り立つとは限らないことも説明できるようにすることが大切である。また、**命題が常に成り立つとは限らないことを示すには反例を1つあげればよいことや、反例は命題の仮定を満たしているが、結論を満たしていない例であることを理解できるように指導することも大切である。**

2年・三角形と四角形 p.160

問4で調べたように、正しいことがらの逆はいつでも正しいとは限らない。

たとえば、右の図のような $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は、 $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$ であるが、合同とはいえない。

ことがらが正しくないことを示すには、右上の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ のように、そのことがらが成り立たない例を1つあげればよい。

あることがらが成り立たないことを示す例を**反例**という。

ことがらが正しい
そのことがらが
いつでも成り立つ

ことがらが正しくない
そのことがらが
成り立たない
場合がある

たしかめ 2 次の(1)~(3)のことがらの逆をいいなさい。また、それは正しいですか。正しくないときは、反例をあげなさい。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ならば $AB = DE$ 、 $BC = EF$ 、 $CA = FD$ である。
- (2) $x = 3$ 、 $y = 1$ ならば $x + y = 4$ である。
- (3) 2つの三角形が合同ならば、その2つの三角形の面積は等しい。

▶補充問題 p.254 3

POINT

反例の意味について、丁寧に説明しています。

POINT

命題の逆を考えることで、命題が常に成り立つとは限らないことを示すには反例を1つあげればよいことを理解できるようにしています。

⑤ 関数の表現 <1年5章 比例と反比例>

正答率
48.4%

令和3年度 全国学力・学習状況調査 ④

④ 長さが1mの棒を地面に対して垂直に立てたときにできる影の長さについて、ある日の午前8時から1時間おきに、午後4時まで調べました。

次の表は、午前8時から経過した時間とそれに対応する影の長さを表しています。

午前8時から経過した時間と影の長さ

経過した時間(時間)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
影の長さ(cm)	190	124	96	80	79	96	130	193	350

このとき、午前8時から経過した時間と影の長さについて、「経過した時間を決めると、それにもなまって影の長さがただ1つ決まる」という関係があります。

下線部を、次のように表すとき、①と②に当てはまる言葉を書きなさい。

①は②の関数である。

出題の趣旨

関数の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

①影の長さ ②経過した時間

誤答例

①経過した時間 ②影の長さ
⇒独立変数と従属変数の違いを区別できていないと考えられる。

指導のポイント

日常的な事象の中にある2つの数量の変化や対応の様子を調べ、それらの関係を見いだす活動を通して、関数の意味を理解できるように指導することが大切である。その際、**独立変数と従属変数の違いを意識して「～は…の関数である」という形で表現できるように指導することが大切である。**

さらに、一方の値が決まっても他方の値がただ1つに決まらないような関係や、式で表すことが困難な関係もあることを取り上げ、関数の意味の理解を深めることが考えられる。

1年・比例と反比例 p.142

【たしあめ】右の図のような長方形の形をした窓があります。窓の縦の長さは100cmで、左側の窓だけ横方向に70cmまで開けることができます。窓を x cm開けたときの開けた部分の周囲の長さを y cmとして、次の問いに答えなさい。

(1) 下の表の□をうめて、 x と y の関係を調べなさい。

x	0	10	20	30	40	50	60	70
y	0	□	□	□	□	□	□	□

(2) y は x の関数であるといえますか。

POINT

窓などの日常的な事象の中にある2つの数量の変化や対応の様子を調べ、それらの関係を見いだす活動を設定しています。

1年・比例と反比例 p.143

問2 正方形の面積を決めるには、どんな数量が決まればよいか答えなさい。また、その関係を「～は…の関数である」といういい方で表しなさい。

問3 上の問1(4)で、駐輪時間は駐輪料金の関数であるといえますか。

POINT

「～は…の関数である」という形で表現する活動を取り入れるとともに、一方の値が決まっても他方の値がただ1つに決まらない関係についても取り上げています。

⑥ 反比例の性質 <1年5章 比例と反比例>

正答率
43.4%

令和5年度 全国学力・学習状況調査 ④

- 4 y は x に反比例し、比例定数は3です。このとき、 x の値とそれに対応する y の値について、下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。ただし、 x の値が0の場合は考えないものとします。
- ア x の値と y の値の和は一定で、比例定数3に等しい。
 - イ y の値から x の値をひいた差は一定で、比例定数3に等しい。
 - ウ x の値と y の値の積は一定で、比例定数3に等しい。
 - エ y の値を x の値でわった商は一定で、比例定数3に等しい。

1年・比例と反比例 p.157

- 問2 $y = \frac{6}{x}$ について、次の問いに答えなさい。
- 下の表の□をうめて、 x と y の関係をまとめなさい。

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	□	□	□	□	□	□	×	6	3	2	1.5	1.2	1
 - x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、対応する y の値はどのように変わりますか。
 - 対応する x と y の積 xy の値について、どんなことがいえますか。
- 問3 $y = -\frac{6}{x}$ について、次の問いに答えなさい。
- 下の表の□をうめて、 x と y の関係をまとめなさい。

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	□	□	□	□	□	□	×	□	□	□	□	□	□
 - x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、対応する y の値はどのように変わりますか。
 - 対応する x と y の積 xy の値について、どんなことがいえますか。

問2と問3で調べたように、反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ では、次の①、②の性質が成り立つ。

- ① x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、対応する y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍、……になる。
- ② 対応する x と y の積 xy の値は、一定で比例定数 a に等しい。

x の値が m 倍になると、 y の値は $\frac{1}{m}$ 倍になるね。

出題の趣旨

反比例の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

ウ

誤答例

エ

⇒反比例を比例と混同して捉えたり、反比例の式の形と結びつけて反比例の比例定数は y の値を x の値で割った商で表されると捉えたりしていると考えられる。

指導のポイント

反比例の意味を理解できるようにするために、**反比例の特徴を表や式などと関連づけて捉えることができるようにすることが大切である。**

指導にあたっては、活動を通して、「 x の値と y の値の積は一定で、比例定数に等しい。」という反比例の特徴を表や式 $y = \frac{a}{x}$ 、比例定数 a などと関連づけて捉え、反比例の意味を理解できるようにすることが大切である。

POINT

x にいくつかの値を代入して求めた y の値を表にまとめ、対応する x と y の値の積が比例定数 a となることを確認できるようにしています。

1年・比例と反比例 p.162

問8 関数 $y = \frac{6}{x}$ を例にして、反比例における表、式、グラフの関係を示すと、次のようになります。□にあてはまる数を入れなさい。

式

$$y = \frac{6}{x}$$

$x=1$ のときの y の値

$$y = \frac{6}{1}$$

$$= \square$$

表

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-6	×	□	3	...

$xy = \square$

グラフ

表、式、グラフのそれぞれのよさは何か？

比例定数が6の場合だね。比例定数がほかの値になると、どうなるかな？

POINT

反比例について一通り学習を終えたあとで、比例定数 a のもつ意味を表、式、グラフを用いて統合的に考察する場面も設けています。

⑦ 変化の割合 <2年3章 1次関数>

正答率
38.7%

令和4年度 全国学力・学習状況調査 ④

④ 下のアからエまでの表は、 y が x の一次関数である関係を表しています。この中から、変化の割合が2であるものを1つ選びなさい。

ア

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-11	-7	-3	1	5	9	13	...

イ

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	...

ウ

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...

エ

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-7	-4	-1	2	5	8	11	...

2年・1次関数 p.76

Q

どちらかな?
水が少し入っていて、形も大きさも同じである水そうA、Bがあります。これらの水そうに、それぞれ一定の割合で水を入れたら、右の図のようになりました。水を入れている割合が大きいのは、どちらの水そうでしょうか。

出題の趣旨

1次関数の変化の割合の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

ア

誤答例

イ

⇒表の隣り合う2つの y の値に着目し、その差が2であることから、その2を変化の割合と捉えていると考えられる。

指導のポイント

伴って変わる2つの数量 x 、 y の変化の様子を表から読み取り、1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合を求めることができるように指導することが大切である。その際、 x 、 y の増加量やその割合を調べる活動を通して、変化の割合の意味を理解できるようにすることが大切である。

指導にあたっては、伴って変わる2つの数量 x 、 y の変化の特徴を捉えるために、 **x と y の表から1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合を求める場面を設定**することが考えられる。変化の割合は x の増加量に対する y の増加量であり、 $\frac{yの増加量}{xの増加量}$ で求められることや、変化の割合は x の増加量が1のときの y の増加量であることを捉えることができるようにすることが大切である。

POINT

2種類の水そうの水位の上がり方を比べる活動を通して、変化の割合の必要性と意味を理解できるようにしています。

2年・1次関数 p.78

問5 下の㉑~㉓の表は、1次関数 $y = ax + b$ で、対応する x と y の関係を表したものです。

㉑~㉓の中から、変化の割合が3であるものを選びなさい。

㉑

x		-3	-2	-1	0	1	2	3	
y		-1	0	1	2	3	4	5	

㉒

x		-3	-2	-1	0	1	2	3	
y		-7	-4	-1	2	5	8	11	

㉓

x		-6	-4	-2	0	2	4	6	
y		-6	-3	0	3	6	9	12	

POINT

1次関数の変化の割合を x と y の表から求める場面を設定しています。

令和5年度 全国学力・学習状況調査 5

5 ある市の中学生の水泳大会における女子50m自由形に出場した40人の記録を調べました。調べた結果を、次の累積度数を含めた度数分布表に整理します。

女子50m自由形の記録

階級(秒)	度数(人)	累積度数(人)
以上 未満 27.00 ~ 28.00	3	<input type="text"/>
28.00 ~ 29.00	2	<input type="text"/>
29.00 ~ 30.00	4	ア
30.00 ~ 31.00	11	<input type="text"/>
31.00 ~ 32.00	8	<input type="text"/>
32.00 ~ 33.00	6	<input type="text"/>
33.00 ~ 34.00	3	<input type="text"/>
34.00 ~ 35.00	3	<input type="text"/>
合計	40	

女子50m自由形の記録の「ア」には最小の階級から29.00秒以上30.00秒未満の階級までの累積度数が入ります。「ア」に入る値を求めなさい。

出題の趣旨

累積度数の意味を理解しているかどうかをみる。

正答

9

誤答例

0.1

⇒累積度数を相対度数と捉えていると考えられる。

指導のポイント

データの分布の傾向を捉える活動を通して、累積度数の必要性と意味について理解できるように指導することが大切である。

指導にあたっては、**累積度数を用いて考察する場面を設定**することが考えられる。また、累積度数と合わせて、最小の階級から各階級までの相対度数の総和を表した累積相対度数を表にまとめる活動を取り入れることも考えられる。

1年・データの分析 p.254

累積度数

例2 表2で、1.90秒未満の累積度数は、 $2+4+8=14$ (回)である。

滞空時間(秒)	度数(回)	累積度数(回)
以上 未満 1.60~1.70	2	2
1.70~1.80	4	6
1.80~1.90	8	14
1.90~2.00	5	<input type="text"/>
2.00~2.10	1	<input type="text"/>
合計	20	

たしよめ 2 例2について、にあてはまる数を求めて、表を完成しなさい。

補充問題 p.310 2

問2 ㉔について、滞空時間が2.00秒未満であるのは何回ですか。

POINT

累積度数を用いて、紙コプターの滞空時間が2.00秒未満である回数を求める場面を設定しています。

1年・データの分析 p.264

問2 これまでに調べたことから、㉔(羽の幅2cm)、㉕(羽の幅3cm)の紙コプターでは、どちらのほうが滞空時間が長いといえますか。理由も合わせて説明しなさい。

滞空時間(秒)	㉔		㉕	
	相対度数	累積相対度数	相対度数	累積相対度数
以上 未満 2.00~2.10	0.00	0.00	0.10	0.10
2.10~2.20	0.00	0.00	0.27	0.37
2.20~2.30	0.05	0.05	0.20	0.57
2.30~2.40	0.45	0.50	0.30	0.87
2.40~2.50	0.35	0.85	0.10	0.97
2.50~2.60	0.10	0.95	0.03	1.00
2.60~2.70	0.05	1.00	0.00	1.00
合計	1.00		1.00

(単位: 秒)

	㉔	㉕
最小値	2.29	2.03
最大値	2.61	2.52
範囲	0.32	0.49
平均値	2.41	2.26
中央値	2.40	2.27
最頻値	2.35	2.35

POINT

どちらの紙コプターのほうが滞空時間が長いといえるかを、累積相対度数などを用いて説明する活動も取り入れています。

⑨ 式の利用

正答率
30.9%

令和3年度 全国学力・学習状況調査 図(3)

⑥ 自然数を5つずつに区切った表があります。この表で、縦に2つ、横に2つの数が入る四角で4つの数を囲みます。例えば、右の図1のように四角で4つの数を囲むとき、左上の数は3、右上の数は4、左下の数は8、右下の数は9になります。

図1

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

優太さんと真菜さんは、右の図2のように、4つの数を囲んで、それら4つの数の和がどんな数になるかを調べています。

図2

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

1, 2, 6, 7のとき $1 + 2 + 6 + 7 = 16 = 4 \times 4$
 9, 10, 14, 15のとき $9 + 10 + 14 + 15 = 48 = 4 \times 12$
 22, 23, 27, 28のとき $22 + 23 + 27 + 28 = 100 = 4 \times 25$

優太さんは、これらの結果から、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になると予想しました。

次の(1)から(3)までの各問に答えなさい。

- (1) 四角で囲んだ4つの数が12, 13, 17, 18のとき、4つの数の和は4の倍数になることが成り立つかどうかを下のように確かめます。下の に当てはまる式を書きなさい。

12, 13, 17, 18のとき $12 + 13 + 17 + 18 = 60 = \text{$

- (2) 二人は、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になることが成り立つかどうかについて話し合っています。

優太さん「左上の数が1のとき、左下の数が6になっているね。四角で4つの数を囲むとき、左上の数に5をたすと左下の数になっているよ。」
 真菜さん「そうなるのは、自然数を5つずつに区切っているからだね。」
 優太さん「左上の数を n とすると、左下の数は $n + 5$ と表すことができるね。」
 真菜さん「右上の数と右下の数も n を使って表して、4つの数の和について調べてみよう。」

「四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になる」という優太さんの予想が成り立つことの説明を完成しなさい。

説明

n を自然数として、四角で囲んだ4つの数のうち、左上の数を n とすると、右上の数は $n + 1$ 、左下の数は $n + 5$ 、右下の数は $n + 6$ と表される。これら4つの数の和は、

$$n + (n + 1) + (n + 5) + (n + 6)$$

$$=$$

- (3) 二人は、自然数を6つずつに区切った表でも、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和が4の倍数になるかを考えることにしました。そこで、次の図3のような表をつくり、四角で囲んだ4つの数の和について調べました。

図3

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

1, 2, 7, 8のとき $1 + 2 + 7 + 8 = 18 = 2 \times 9$
 17, 18, 23, 24のとき $17 + 18 + 23 + 24 = 82 = 2 \times 41$

これらの結果から、図3のときは四角で囲んだ4つの数の和が、4の倍数にならないことがわかります。そこで、真菜さんは、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和がどんな数になるかを調べるために、左上の数を n とし、右上の数を $n + 1$ 、左下の数を $n + 6$ 、右下の数を $n + 7$ と表し、次のように計算しました。

真菜さんの計算

$$n + (n + 1) + (n + 6) + (n + 7)$$

$$= n + n + 1 + n + 6 + n + 7$$

$$= 4n + 14$$

$$= 2(2n + 7)$$

n	$n + 1$
$n + 6$	$n + 7$

前ページの真菜さんの計算から、四角で囲んだ4つの数の和は、 $2(2n + 7)$ になるので2の倍数になることがわかります。このことについて、二人は話し合っています。

真菜さん「自然数を6つずつに区切って表をつくったときは、4つの数の和が $2n + 7$ の2倍になることがわかるね。」
 優太さん「 $2n + 7$ はどんな数なのかな。」

$2(2n + 7)$ の $2n + 7$ は、 $n + (n + 7)$ と変形することができます。このことから、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和は、左上、右上、左下、右下の数のうち、ある2つの数の和の2倍であることがわかります。

四角で囲んだ4つの数の和は、どの位置にある2つの数の和の2倍ですか。「は、.....である。」という形で書きなさい。

出題の趣旨

数学的な結果を事象に即して解釈し、事柄の特徴を数学的に説明することができるかどうかをみる。

正答

四角で囲んだ4つの数の和は、左上の数と右下の数の和の2倍である。

誤答例

四角で囲んだ4つの数の和は、2つの数の和の2倍である。

⇒四角で囲んだ4つの数の和について、どの位置にある2つの数の和の2倍になるかを見だしで説明することができていないと考えられる。

指導のポイント

数の性質について成り立つ事柄を事象に即して解釈し、事柄の特徴を数学的に説明できるように指導することが大切である。

また、数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って、数量や図形などの性質を見だし統一的・発展的に考察することができるようにすることも大切である。

例えば、本問のように、**いったん解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件や仮定を見直したり、共通する性質を見だしたりすることを通して統一的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。**

2年・式の計算 p.30~31

2節 式の利用

1 式の利用

文字を使って、いろいろなことがらを調べたり説明したりしてみましょう。

Q 整数の性質を考えてみよう

連続する3つの整数の和には、どんな性質があるでしょうか。

1 連続する3つの整数の和について、いろいろな整数で調べてみましょう。また、どんな性質があるか予想してみましょう。

$$\square + \square + \square = \square$$

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 &= 6 \\ 15 + 16 + 17 &= 48 \\ 22 + 23 + 24 &= 69 \end{aligned}$$

りくさんは、次の性質があると予想しました。

連続する3つの整数の和は3の倍数になる。……①

いつでも成り立つのかな。

いつでも性質が成り立つことを説明するにはどうすればよいかな。

①がいつでも成り立つことを、文字を使って説明してみましょう。

2 連続する3つの整数のうち、最も小さい整数を n とし、ほかの2つの整数を n を使って表してみましょう。

3 2で考えたことを使って、連続する3つの整数の和を求めてみましょう。また、3の倍数になることを示すには、式をどのように変形すればよいでしょうか。

1年で、3の倍数は、 $3 \times (\text{整数})$ の形で表されることを学習したね。

学びのプロセス

問題をつかむ

自分で考えてみよう

友だちの考えを知ろう

見直しを立てる

①がいつでも成り立つことは、文字を使って次のように説明できます。

最も小さい整数を n とすると、連続する3つの整数は $n, n+1, n+2$ と表すことができる。これらの和は、 $n + (n+1) + (n+2) = 3n+3 = 3(n+1)$ $n+1$ が整数だから、 $3(n+1)$ は3の倍数である。したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数になる。

問題を解決する

- 文字を使って数量を表す。
- 目的に合うように式を変形する。
- 変形した式をもとに、ことがらが成り立つことを示す。

4 2では、連続する3つの整数のうち、最も小さい整数を n と表しましたが、真ん中の整数を n と表す方法もあります。この方法で、①がいつでも成り立つことを説明してみましょう。

文字を使うと、すべての場合をまとめて1つの式に表すことができるから、いつでも性質が成り立つことを説明できるんだね。

5 上で説明したことを読み直すと、「連続する3つの整数の和は、3の倍数になる」ことのほかに、次のこともいえます。下の□にあてはまる言葉をうめましょう。

連続する3つの整数の和は□の3倍になる。

6 連続する5つの整数の和について、どんな性質があるか予想してみましょう。また、予想したことがいつでも成り立つことを、文字を使って説明してみましょう。

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 &= \square \\ 7 + 8 + 9 + 10 + 11 &= \square \\ 18 + 19 + 20 + 21 + 22 &= \square \end{aligned}$$

見方・考え方を条件や範囲をひらげて考える

POINT

説明を読み直して、連続する3つの整数の和についてさらにいえることがないか考える活動を取り入れています。

POINT

問題の条件を変えて、連続する5つの整数の和について考える場面も設定しています。

令和5年度 全国学力・学習状況調査 国(1)

9 次の図1のように、 $CA = CB$ の二等辺三角形 ABC と、 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ となるような $\triangle DEF$ の2つの三角形を厚紙で作ります。

図1の2つの三角形の厚紙を使って、次の方法1と方法2でそれぞれ2つの直線をひきます。

方法1

△ABCを置いて、直線BCをひく。そして、図2のように、△DEFを回して、点Fを点Aに、点Dを点Cに重ねる。

図3のように、点Aと点Fが重なった点をAとして、直線AEをひく。また、点Cと点Dが重なった点をCとする。

方法2

△ABCを置いて、直線BCをひく。そして、図4のように、△DEFを回して、点Dを点Aに、点Eを直線BC上に置く。ただし、点Eは点Bと重ならないように置く。

図5のように、点Aと点Dが重なった点をAとして、直線AFをひく。

優奈さんは、方法1の直線BCと直線AE、方法2の直線BCと直線AFがそれぞれ平行になるのではないかと考え、調べることにしました。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 優奈さんは、前ページの方法1の直線BCと直線AEが平行になるかどうかを調べるために、右の図6をかきました。図6の△ABCと△CEAは、それぞれ $CA = CB$ 、 $AC = AE$ で、 $\triangle ABC \cong \triangle CEA$ です。

図6において、 $BC \parallel AE$ であることは、すでにわかっている $\triangle ABC \cong \triangle CEA$ をもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。 $BC \parallel AE$ であることを証明しなさい。

(2) 優奈さんは、前ページの方法2の直線BCと直線AFが平行になるかどうかを調べるために、次の図7をかきました。図7の△ABCと△AEFは、それぞれ $CA = CB$ 、 $FA = FE$ で、 $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ です。この図において、優奈さんは $BC \parallel AF$ であることを証明することにしました。

$BC \parallel AF$ であることは、次のように証明できます。

証明1

△ABC ≅ △AEFより、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、

$AB = AE$ ……①

$\angle ABC = \angle AEF$ ……②

△AEFにおいて、二等辺三角形の底角は等しいから、

$\angle EAF = \angle AEF$ ……③

②、③より、

$\angle ABC = \angle EAF$ ……④

また、①より、△ABEは二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから、

$\angle ABE = \angle AEB$ ……⑤

$\angle ABE = \angle ABC$ だから、④、⑤より、

$\angle EAF = \angle AEB$

よって、錯角が等しいから、

$BC \parallel AF$

次に、優奈さんは、19ページの図1の2つの三角形を△ABC ≅ △DEFであることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も方法2でひいた2つの直線が平行になるかどうかを確かめたところ、2つの直線は平行になりませんでした。なぜ平行にならなかったのかを調べるために、次の図8をかきました。図8の△ABCと△AEFは二等辺三角形ではなく、△ABC ≅ △AEFです。

優奈さんは、図8で $BC \parallel AF$ とならないのは、前ページの証明1の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図8のような二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないため、 $BC \parallel AF$ となりません。このことは、証明1をもとに、次のように説明することができます。

二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、証明1の I が成り立たないから、II が成り立たない。よって、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないから、 $BC \parallel AF$ とならない。

上の I には証明1の①、②、③のどれか1つが、II には証明1の④、⑤のどちらか1つが当てはまります。I、II に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

出題の趣旨

ある事柄が成り立つことを構想に基づいて証明することができるかどうかをみる。

正答

$\triangle ABC \equiv \triangle CEA$ より、合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BCA = \angle EAC$
 よって、錯角が等しいから、
 $BC \parallel AE$

誤答例

$\triangle ABC$ と $\triangle CEA$ において
 $CA = CB$
 $AC = AE$
 $AC = CA$
 3組の辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \equiv \triangle CEA$
 よって、 $BC \parallel AE$
 $\Rightarrow BC \parallel AE$ を示すために、 $\triangle ABC \equiv \triangle CEA$ をい
 えばよいと捉え、それを説明しようとしている
 と考えられる。

指導のポイント

事柄が成り立つことを証明することができるようにするためには、構想を立て、それに基づいて仮定から結論を導く推論の過程を数学的に表現できるように指導することが大切である。

指導にあたっては、**根拠となる事柄を捉え、その事柄を与えられた条件から導く過程を考えると**いった構想を立てる活動を取り入れることが考えられる。

また、図形の性質を考察する場面では、観察や操作、実験などの活動を通して、予想した事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えることができるようにするとともに、条件を変えるなどして統一的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。

さらに、いったん解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件を見直したり、共通する条件や図形の性質を見いだしたりすることを通して、統一的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。また、こうした活動を通して、自ら条件を変えた場合について考察しようとしたり、数量や図形の性質を成り立たせる本質的な条件を見いだそうとしたりする態度を育てることが大切である。

2年・平行と合同 p.134~135

証明の進め方

Q どのように証明すればよいか？
 右の図で、
 $AB = CD, AD = CB$ ならば $\angle ABD = \angle CDB$
 である。このことを証明するには、どうすればよいか考えてみましょう。

Q の仮定と結論は、次のようになっている。
 仮定 $AB = CD, AD = CB$ 結論 $\angle ABD = \angle CDB$
 このことから証明するには、まず、次のように考えて証明の見通しを立てるとよい。

① 結論を導くためには、何がいえるか考える。
 結論の $\angle ABD = \angle CDB$ を導くためには、 $\angle ABD, \angle CDB$ をそれぞれ内角にもつ2つの三角形、 $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ が合同であることをいえるか。

② 仮定からどんなことがいえるか考える。
 $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ に着目する。
 仮定の $AB = CD, AD = CB$ と、2つの三角形に共通する辺である線分 BD を使うと、3組の辺がそれぞれ等しいことがわかるので、

③ ①と②で考えたことを結びつける。
 ①と②から、仮定をもとにして $\triangle ABD = \triangle CDB$ を示し、そのことから、 $\angle ABD = \angle CDB$ を導く。

根拠として使うことがら
 三角形の合同条件
 3組の辺がそれぞれ等しい2つの三角形は合同である。
 合同な図形の性質
 合同な図形の対応する角の大きさは等しい。

これまでに考えたことから、このことからの証明は次のように書くことができる。

仮定 $AB = CD, AD = CB$
 結論 $\angle ABD = \angle CDB$
 証明 $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で、
 仮定から、
 $AB = CD \dots\dots ①$
 $AD = CB \dots\dots ②$
 共通な辺だから、
 $BD = DB \dots\dots ③$
 ①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABD = \triangle CDB$
 合同な三角形の対応する角は等しいから、
 $\angle ABD = \angle CDB$

あることから証明するときは、仮定と結論を区別して、仮定から結論を導いていくなかで、根拠とすることがらを明確にすることが大切だね。

POINT
 証明の構想の立て方について、丁寧に扱っています。

POINT
 統一的・発展的な考察に役立つ動画コンテンツも用意しています。

⑪ 箱ひげ図の利用

正答率
33.9%

令和5年度 全国学力・学習状況調査 Ⅶ(2)

7 イチョウの木の大部分の葉が黄色に変わった最初の日を黄葉日^{おうようび}といいます。一花さんと啓太さんは、黄葉日が以前と比べるとだんだん遅くなってきている傾向にあることをニュースで知り、二人が住む地域も同じ傾向にあるのが気になりました。そこで、二人が住む地域の黄葉日を調べたところ、1961年から2020年までの60年分の記録がありました。

二人は、黄葉日の傾向を調べるために、各年の黄葉日を9月30日からの経過日数で表すことにしました。このとき、経過日数は10月1日が1日となり、10月31日は31日、11月1日は32日となります。

そして、二人は次のような表にまとめました。

各年の黄葉日

年	黄葉日	経過日数(日)
1961	10月23日	23
1962	11月10日	41
1963	11月10日	41
1964	11月13日	44
1965	11月12日	43
⋮	⋮	⋮
2019	12月10日	71
2020	12月4日	65

二人は、上の表を見て、経過日数が年によって大きくなったり小さくなったりしていることに気づきました。そこで、60年分の経過日数を何年かごとのまとまりで分けて箱ひげ図で表し、それぞれの分布の傾向を比較することにしました。

次のページの黄葉日までの経過日数の分布は、15年ごとのまとまりとして1961年～1975年、1976年～1990年、1991年～2005年、2006年～2020年の4つに分けてまとめたものです。

黄葉日までの経過日数の分布

	経過日数(日)				
	最小値	第1四分位数	中央値	第3四分位数	最大値
1961年～1975年	23	34	41	44	51
1976年～1990年	36	46	48	51	61
1991年～2005年	45	49	53	62	72
2006年～2020年	46	63	64	68	71

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 1961年～1975年の四分位範囲を求めなさい。

(2) 二人は、前ページの箱ひげ図を見て、話し合っています。

一花さん「4つの箱ひげ図を見ると、黄葉日はだんだん遅くなっている傾向がありそうだね。」
 啓太さん「でも、1991年～2005年と2006年～2020年の箱ひげ図は、右端と左端が同じくらいの位置にあるよ。遅くなっているといえるのかな。」
 一花さん「確かに箱ひげ図の右端と左端についてはそうだけど、箱に着目すれば、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にあるといえるのではないかな。」

前ページの箱ひげ図を見ると、一花さんのように「2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、1991年～2005年と2006年～2020年の2つの箱ひげ図の箱に着目して説明しなさい。

出題の趣旨

複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

正答

1991年～2005年の箱ひげ図の箱よりも2006年～2020年の箱ひげ図の箱の方が右側にある。したがって、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある。

誤答例

1991年～2005年の箱の長さよりも2006年～2020年の箱の長さの方が短く、データが集まっているから。
 ⇒箱ひげ図の位置に着目せず、データの散らばり具合に着目して黄葉日が遅いことを説明しようとしていると考えられる。

指導のポイント

データの分布の傾向を読み取って判断し、その理由を数学的な表現を用いて的確に説明することが大切である。その際、判断の理由を箱の位置や四分位数などを用いて説明できるようにすることが大切である。

また、日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ、統計的に問題解決することができるように指導することも大切である。その際、**問題を解決するために計画を立て、必要なデータを収集して分析し、データの分布の傾向を捉え、その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を充実させることが大切である。**

なお、インターネットなどの情報通信ネットワークを活用してデータを収集する場合は、二次的なデータが多くなると考えられるので、誰がどのようにして調べた結果であるのかなど、その信頼性についても批判的に考察する必要がある。

2年・データの分析 p.216～217

2 箱ひげ図の利用

箱ひげ図を利用して、身のまわりのことごとを調べてみましょう。

調べてみよう

年々、冬日の日数が減少することは、京都以外の都市でも起こっているのでしょうか。京都以外の都市についても箱ひげ図を利用し、冬日の日数の経年変化を調べてみましょう。また、わかったことを発表してみましょう。

Problem 調べたいことを決めよう

北のほうの都市は傾向が異なるのでは？

京都と同じくらいの緯度にある横浜はどうか？

5 札幌と横浜の冬日の日数の経年変化は、京都と同じような傾向があるのかな。

Plan 計画を立てよう

- どんなデータが必要ですか。
- データをどのように集めればよいですか。
- データの整理のしかたに見直しは立てられますか。

過去の何年分のデータを調べればよいかな？

過去の冬日のデータは、どこで入手できるのかな？

20年区切りで冬日の日数を整理しよう。

Data データを集めよう

インターネットで、過去の冬日のデータを入力したよ。

Analysis 分析しよう

札幌と横浜の冬日について、1961年～2020年の冬日の日数を20年区切りで調べ、箱ひげ図で表すと…

箱ひげ図からどんなことがわかるかな？

Conclusion 結論をまとめよう

私たちの班では、札幌と横浜の冬日の日数について経年変化を調べました。そのために…

次のページに、調べたことやわかったことをまとめたレポートの例を掲載しています。

結論、調査や発表のしかたをふり返ろう

- 発表した内容や発表のしかたでよかったところはありましたか。また、改善すべきところがありましたか。
- ほかの人の意見や質問から、自分の考えを見直すべきことや自分の考えがさらに深まったことはありましたか。
- さらにくわしく調べたいことはありますか。

216

217

POINT

冬日の日数の経年変化についての問いを見だし、PPDACサイクルに沿って統計的に問題解決をすることができるようになっています。

POINT

二次元コードから外部リンクにアクセスし、統計データを収集することができるようになっています。

令和7年度版『中学数学』内容解説資料

中学校数学 全国学力・学習状況調査にみられる課題とその手立て

令和6年5月発行

発行者 教育出版株式会社

代表者 伊東 千尋

発行所 〒135-0063

東京都江東区有明3-4-10 TFTビル西館

教育出版株式会社

<https://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>