中学数学　内容解説資料

# 全国学力・学習状況調査にみられる課題とその手立て

## ～教科書を活用した指導のポイント～


CONTENTS


基本問題

① 数量の関係を表す式
② 方程式とその解
③ 等式の変形
④ 直線
⑤ 錯角の意味
⑥ 平行四辺形になるための条件
⑦ 関数の表現
⑧ 反比例の式
⑨ １次関数の変化の割合
⑩ 相対度数

活用問題

⑪ ストローの本数
⑫ 図形の証明
⑬ 冷蔵庫の総費用
⑭ 読書の時間



教育出版

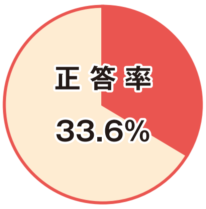
# ①　数量の関係を表す式　〈1 年 3 章　文字と式〉

**平成 28 年度　全国学力・学習状況調査　A 2(1)**

（1）ある数を 3 でわると，商が $a$ で余りが 2 になります。ある数を，$a$ を用いた式で表しなさい。

**出題の趣旨**

数量の関係を文字を使った式に表すことができるかどうかをみる。




**○ 正　答**

$3a+2$

**× 誤 答 例**

$\frac{a}{3}+2$

ある数を $a$ とし，$a$ を 3 でわり，余りの 2 をたしたものを式に表したと考えられる。

**課題と指導のポイント**

事柄や数量の関係をとらえ，その関係を文字を使った式に表すことに課題がある。指導にあたっては，関係を図に表したり，具体的な数や言葉を使った式を利用したりして関係をとらえ，文字を使った式に表す活動を取り入れることが大切である。また，ある数を具体的な数におきかえることにより，被乗数，除数，商，余りの関係について，言葉や文字を使った式に表す活動を取り入れることも大切である。例えば，何人かの人に折り紙を同じ枚数ずつ配るとき，余りが出る場面を取り上げることが考えられる。

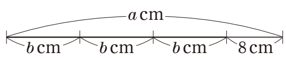
1 年・文字と式で，数量の関係を等式で表すことを学習している。

**1 年・文字と式　p.97**

全体と部分の関係

**例 1**　$a$ cm のひもから $b$ cm のひもを 3 本切りとったら，残りの長さが 8 cm になった。
このとき，長さについて，
（全体の長さ）−（切りとった 3 本の長さ）＝（残りの長さ）
という関係があるから，次のように表すことができる。

$a-3b=8$




図を使って整理すると，数量の等しい関係がわかりやすくなるね。

**問 1**　例 1 の長さの関係は，次の等式で表すこともできます。それぞれの式は，どのように考えてつくったのか説明しなさい。

(1)　$a=3b+8$　　　(2)　$3b=a-8$

いろいろな表し方があるんだね。

**たしかめ 1**　次の数量の関係を等式で表しなさい。

(1)　500 ページの本を 1 日に 15 ページずつ $a$ 日間読んだら，残りが $b$ ページになった。

(2)　$x$ 円のボールを 3 割引きで買ったら，代金は $y$ 円だった。

▶ 補充問題 p.290 27

# ② 方程式とその解 〈1 年 4 章 方程式〉

## 平成 28 年度 全国学力・学習状況調査 A 3(2)

（2）一次方程式 $2x = x + 3$ の左辺と右辺それぞれの $x$ に 3 を代入すると，次のような計算をすることができます。

> $2x = x + 3$ について，
> $x = 3$ のとき，
> (左辺) $= 2 \times 3$　　(右辺) $= 3 + 3$
> $= 6$　　$= 6$

このとき，この方程式の解についていえることを，下の**ア**から**エ**までの中から 1 つ選びなさい。

**ア** この方程式の解は 6 である。

**イ** この方程式の解は 3 である。

**ウ** この方程式の解は 3 と 6 である。

**エ** この方程式の解は 3 でも 6 でもない。

### 正 答

イ

### 誤 答 例

ア

1 元 1 次方程式の両辺の $x$ に同じ数を代入したとき，左辺と右辺が同じになった計算結果を 1 元 1 次方程式の解ととらえたと考えられる。

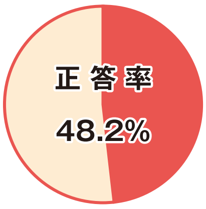
### 課題と指導のポイント

方程式の解の意味を理解していないことに課題がある。指導にあたっては，左辺と右辺の $x$ にいくつかの数を代入し，左辺と右辺の値が等しくなるときの $x$ の値を見つける活動を取り入れることが大切である。その際，3 がこの方程式の解であり，6 は両辺の式の値であることを理解できるようにすることが大切である。

1 年・方程式で，方程式の解の意味，方程式の解を見つける活動を学習している。

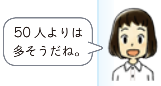
### 出題の趣旨

1 元 1 次方程式の解の意味を理解しているかどうかをみる。




### 1 年・方程式 p.106

**問1** 上の①の等式 $4x+28=240$ で，$x$ の値が
50，51，52，53，54，55
のときの左辺の値を求めて，右辺の値と等しくなるかどうか調べなさい。




| $x$ の値 | 左辺の値 | | 右辺の値 |
|---|---|---|---|
| 50 | $4\times50+28=228$ | $<$ | 240 |
| 51 | | | 240 |
| 52 | | | 240 |
| 53 | | | 240 |
| 54 | | | 240 |
| 55 | | | 240 |

等式の中の文字にある値を代入して，左辺の値と右辺の値が等しくなるとき，その等式は成り立つという。

問 1 で調べたように，等式 $4x+28=240$ は，$x$ の値が 53 のとき，等式が成り立ち，それ以外の値では成り立たない。

等式 $4x+28=240$ のように，$x$ の値によって成り立ったり成り立たなかったりする等式を，$x$ についての **方程式**（ほうていしき） という。

また，方程式を成り立たせる文字の値を，その方程式の **解**（かい） という。

たとえば，方程式 $4x+28=240$ の解は 53 である。

### 1 年・方程式 p.107

**方程式の解**

**例題 1** $-2$，$-1$，0，1，2 のうち，方程式 $3x-4=x-2$ の解はどれですか。

**解答** $x=-2$ のとき，
(左辺) $=3\times(-2)-4$　　(右辺) $=-2-2$
$=-10$　　$=-4$
$x=-1$ のとき，
(左辺) $=3\times(-1)-4$　　(右辺) $=-1-2$
$=-7$　　$=-3$
$x=0$ のとき，
(左辺) $=3\times0-4$　　(右辺) $=0-2$
$=-4$　　$=-2$
$x=1$ のとき，
(左辺) $=3\times1-4$　　(右辺) $=1-2$
$=-1$　　$=-1$
$x=2$ のとき，
(左辺) $=3\times2-4$　　(右辺) $=2-2$
$=2$　　$=0$

したがって，$x=1$ のとき，左辺の値と右辺の値が等しくなり，等式は成り立つ。

答 1

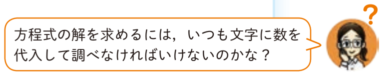
| $x$ の値 | 左辺の値 | | 右辺の値 |
|---|---|---|---|
| $-2$ | $-10$ | $<$ | $-4$ |
| $-1$ | $-7$ | $<$ | $-3$ |
| 0 | $-4$ | $<$ | $-2$ |
| 1 | $-1$ | $=$ | $-1$ |
| 2 | 2 | $>$ | 0 |

**たしかめ 1** $-4$，$-3$，$-2$，$-1$ のうち，方程式 $2x+1=x-1$ の解はどれですか。

**問2** 次の方程式のうち，解が 3 であるものはどれですか。
また，解が $-2$ であるものはどれですか。

㋐ $2x+7=3$　　㋑ $4-2x=-2$
㋒ $x-10=11x+10$　　㋓ $2x+3(x+1)=-7$

▶ 補充問題 p.291 1

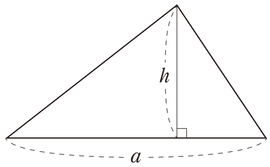


# ③　等式の変形　〈2 年 1 章　式の計算〉

## 平成 30 年度　全国学力・学習状況調査　2(4)

（4）右の図で，底辺の長さ $a$，高さ $h$ の三角形の面積 $S$ は，次のように表されます。

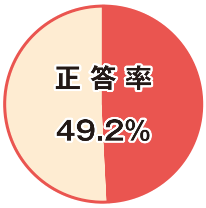
$$S=\frac{1}{2}ah$$




底辺の長さを求めるために，この式を，$a$ について解きなさい。

### 出題の趣旨

具体的な場面で関係を表す式を，等式の性質を用いて，目的に応じて変形できるかどうかをみる。




2 年・式の計算　p.34

**2　等式の変形**

目的に合うように，等式を変形する方法を考えてみましょう。

Q どの地点かな？

地上から 11 km の地点までは，1 km 高くなるごとに気温はほぼ 6 °C ずつ下がります。
地上の気温が 18 °C のとき，地上から $x$ km の地点の気温を $y$ °C とすると，$x$ と $y$ の関係は，
$y=18-6x$
と表すことができます。
気温が 12 °C になるのは，地上から何 km の地点でしょうか。また，気温が 6 °C になるのは，地上から何 km の地点でしょうか。

？ 地上からの地点を効率よく求めるにはどうすればよいかな？

Q のように，$y$ の値を代入して $x$ の値を求めるときは，$x=$ ▭ の形に変形しておくと便利である。

$y=18-6x$ …… ①

$y$，$-6x$ を移項すると，

$6x=18-y$

両辺を 6 でわると，

$x=\frac{18-y}{6}$ …… ②


このように，はじめの等式①を変形して，$x$ の値を求める等式②を導くことを，等式①を **$x$ について解く** という。

問1　上の等式②を利用して，気温が 12℃，6℃ になるのは，それぞれ地上から何 km の地点であるかを求めなさい。

たしかめ 1　$y=12-2x$ を，$x$ について解きなさい。

問2　次の式を，〔　〕の中の文字について解きなさい。

(1)　$5x-3y=9$ 〔$y$〕　(2)　$m=\frac{a+b}{2}$ 〔$b$〕　(3)　$\ell=2\pi r$ 〔$r$〕

▶ 補充問題 p.245 19

## ○ 正　答

$$a=\frac{2S}{h}$$

## × 誤 答 例

$$a=\frac{1}{2}Sh$$

等式 $S=\frac{1}{2}ah$ の $S$ と $a$ を入れかえたと考えられる。

## 課題と指導のポイント

2 つ以上の文字を含む等式を目的に応じて変形することに課題がある。指導にあたっては，式変形の目的を明確にするとともに，ある文字について解くことの意味を理解し，等式の性質などの根拠に基づいて正しく変形する場面を設定することが大切である。

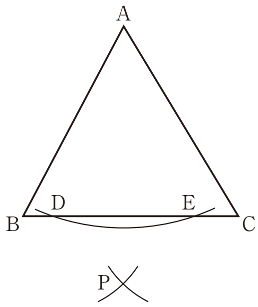
三角形の面積を表す式 $S=\frac{1}{2}ah$ から，三角形の底辺を求めるために $a$ について解くだけでなく，高さを求めるために $h$ について解く場面を設定することも考えられる。

2 年・式の計算で，等式の変形を学習している。

# ④　直線〈1 年 6 章　平面図形〉

## 平成 28 年度　全国学力・学習状況調査　A 4(1)

（1）次の図の△ABCにおいて，下の①，②，③の手順で直線APを作図します。




**作図の方法**

> ①　頂点Aを中心として，辺BCと2点で交わる円をかき，その円と辺BCとの交点を点D，Eとする。
>
> ②　点D，Eをそれぞれ中心として，互いに交わるように等しい半径の円をかき，その交点の1つを点Pとする。
>
> ③　頂点Aと点Pを通る直線をひく。

この方法によって作図した直線APについて，上の△ABCにおいて成り立つことがらを，下の**ア**から**エ**までの中から1つ選びなさい。

**ア**　直線APは，頂点Aと辺BCの中点を通る直線である。

**イ**　直線APは，辺BCの垂直二等分線である。

**ウ**　直線APは，∠BACの二等分線である。

**エ**　直線APは，頂点Aを通り辺BCに垂直な直線である。

## 正　答

エ

## 誤 答 例

ア

作図の方法で得られた点や線分の特徴を，図形の性質と関連づけてとらえておらず，見た印象だけで判断していると考えられる。

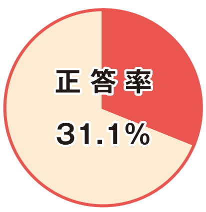
## 課題と指導のポイント

手順通りの作図によって，何が作図できたのかを理解することに課題がある。指導にあたっては，個々の手順で得られる点や線分の特徴を図形の性質と関連づけて読みとる場面を設定することが大切である。例えば，△ABC の面積を求める文脈を設定し，辺 BC を底辺とするときの高さを表す線分を作図し，その手順をふり返る場面を設定することが考えられる。

1 年・平面図形で，垂線の作図を学習している。

## 出題の趣旨

垂線の作図の方法について理解しているかどうかをみる。




### 1 年・平面図形　p.181

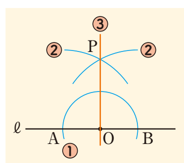
を考える。

したがって，直線ℓ上の点 O を通る垂線は，次の手順で作図することができる。

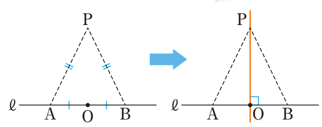
① 点 O を中心とする円をかき，その円と直線ℓの交点を A，B とする。

② 点 A，B をそれぞれ中心とする等しい半径の円をかき，その交点の 1 つを P とする。

③ 直線 OP をひく。



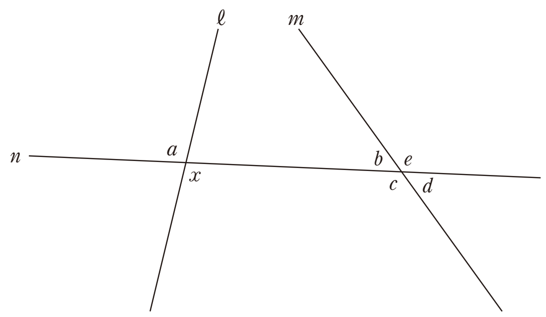

上の垂線の作図では，右の図のような線対称な図形である二等辺三角形 PAB で，その対称の軸 OP をひいたものと考えることができる。



# ⑤　錯角の意味　〈2 年 4 章　平行と合同〉

## 平成 29 年度　全国学力・学習状況調査　A 6(1)

（1）次の図で，２つの直線 $\ell$，$m$ に１つの直線 $n$ が交わっています。
このとき，$\angle x$ の錯角について，下のアからカまでの中から正しいものを１つ選びなさい。




ア　$\angle x$ の錯角は，$\angle a$ である。

イ　$\angle x$ の錯角は，$\angle b$ である。

ウ　$\angle x$ の錯角は，$\angle c$ である。

エ　$\angle x$ の錯角は，$\angle d$ である。

オ　$\angle x$ の錯角は，$\angle e$ である。

カ　$\angle x$ の錯角は，$\angle a$ から $\angle e$ までの中にはない。

### 正　答

イ

### 誤 答 例

カ

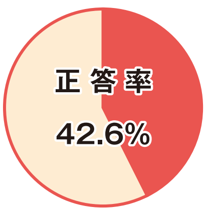
　平行な 2 直線に 1 直線が交わった場合にのみ，$\angle x$ の錯角があるととらえていると考えられる。

### 課題と指導のポイント

　2 直線に 1 直線が交わってできる角の位置関係についての理解に課題がある。指導にあたっては，2 直線に 1 直線が交わってできる 8 つの角で，互いに同位角や錯角の関係になっている角を見いだす活動を取り入れることが大切である。例えば，平行でない 2 直線に 1 直線が交わる場合にできる 8 つの角と，平行な 2 直線に 1 直線が交わる場合にできる角について，それぞれの位置関係をとらえる活動を取り入れることが考えられる。
　2 年・平行と合同で，同位角，錯角の意味を学習している。

### 出題の趣旨

　錯角の意味を理解しているかどうかをみる。




### 2 年・平行と合同　p.105

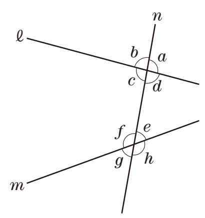
#### 2 直線に 1 つの直線が交わってできる角

　右の図のように，2 直線 $\ell$，$m$ に 1 つの直線 $n$ が交わってできる角のうち，

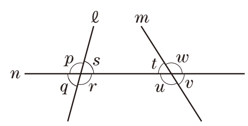
　　$\angle a$ と $\angle e$，$\angle b$ と $\angle f$，
　　$\angle c$ と $\angle g$，$\angle d$ と $\angle h$

のような位置にある 2 つの角を **同位角**（どういかく）という。
　また，
　　$\angle c$ と $\angle e$，$\angle d$ と $\angle f$

のような位置にある 2 つの角を **錯角**（さっかく）という。




たしかめ 2　右の図で，2 直線 $\ell$，$m$ に 1 つの直線 $n$ が交わっているとき，次の角をいいなさい。
(1)　$\angle p$ の同位角
(2)　$\angle u$ の錯角

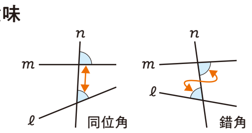



▶ 補充問題 p.251 2

同位角や錯角は，どんなときに等しくなるのかな？

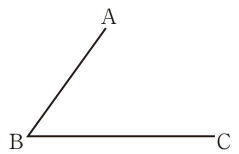
#### 数学の広場　「同位角」，「錯角」の意味

　同位角の「同位」には「同じ位置にある」，錯角の「錯」には「入り交じる」という意味があります。
　また，錯角には，錯覚という同音異義語がありますが，これは「実際とは違う（ちが）ものと認識（にんしき）してしまうこと」という意味があり，錯角とはまったく異なる言葉なので，間違えないように注意しましょう。



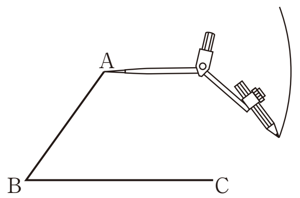
# ⑥ 平行四辺形になるための条件 〈2年5章 三角形と四角形〉

（２）次の図のように，点Ａ，Ｂ，Ｃがあり，点Ａと点Ｂ，点Ｂと点Ｃを結びます。

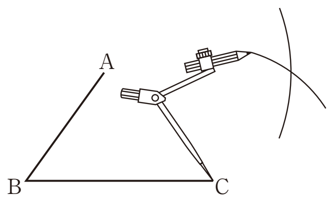



下の①，②，③の手順で点Ｄをとり，平行四辺形ＡＢＣＤをかきます。

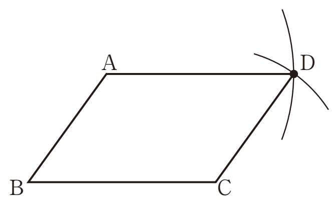
① 点Ａを中心として，ＢＣを半径とする円をかく。




② 点Ｃを中心として，ＡＢを半径とする円をかく。




③ 交点をＤとし，点Ａと点Ｄ，点Ｃと点Ｄを結ぶ。




前ページの①，②，③の手順では，どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ＡＢＣＤをかいていますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

**ア** ２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

**イ** ２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

**ウ** ２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

**エ** １組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

**オ** 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

## 平成29年度 全国学力・学習状況調査 A 7(2)

### 正 答

イ

### 誤答例

ア

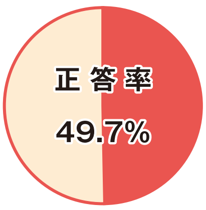
### 課題と指導のポイント

コンパスは等しい長さを移すということや，平行四辺形になるための条件についての理解に課題がある。指導にあたっては，平行四辺形の作図の手順に用いられている条件や，具体物にみられる平行四辺形になるための条件を指摘する活動を取り入れることが大切である。

２年・三角形と四角形で， 平行四辺形になるための条件を学習している。

### 出題の趣旨

作図の手順を読み，根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解してかどうかをみる。

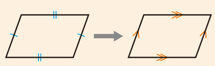



### ２年・三角形と四角形 p.164

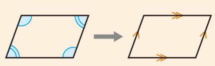
**平行四辺形になるための条件**

**定理** 四角形は，次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。

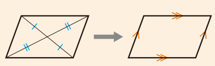
1 ２組の対辺がそれぞれ等しい。



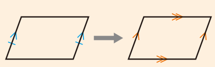
2 ２組の対角がそれぞれ等しい。



3 対角線がそれぞれの中点で交わる。



4 １組の対辺が平行で長さが等しい。



# ⑦　関数の表現　〈1 年 5 章　比例と反比例〉

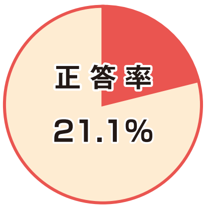
## 平成 29 年度　全国学力・学習状況調査　A 9

**9**　縦と横の長さの和が 20 cm の長方形について，「縦の長さを決めると，それにともなって面積がただ 1 つ決まる」という関係があります。
　下線部を，次のように表すとき，$\boxed{\ ①\ }$ と $\boxed{\ ②\ }$ に当てはまる言葉を書きなさい。

$\boxed{\ ①\ }$ は $\boxed{\ ②\ }$ の関数である。

### 出題の趣旨

関数の意味を理解しているかどうかをみる。




### 〇 正　答

①面積　②縦の長さ

### ✕ 誤 答 例

①縦の長さ　②面積
　独立変数と従属変数の違いを区別できていないと考えられる。

### 課題と指導のポイント

　関数の意味の理解に課題がある。指導にあたっては，事象の中にある 2 つの数量の変化や対応の様子を調べ，それらの関係を見いだす活動を取り入れることが大切である。その際，独立変数と従属変数との違いを意識して「…は…の関数である」という形で表現する場面を設定することが考えられる。
　また，縦の長さを決めると面積がただ 1 つに決まることを確認し，「面積は縦の長さの関数である」という形で表現する活動を取り入れることも考えられる。さらに，一方の値が決まっても他方の値がただ 1 つに決まらないような関係を取り上げ，関数の意味の理解を深めることも考えられる。
　1 年・比例と反比例で，関数の意味を学習している。

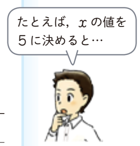
1 年・比例と反比例　p.134～135

## 1 節　関数

### 1　関数

**一方の値を決めるともう一方の値が決まる 2 つの数量の関係について，さらに調べてみましょう。**

　132 ページの水そうの例で，水を入れ始めてからの時間を $x$ 分，水面の高さを $y$ cm とすると，$x$ と $y$ はいろいろな値をとる。
　この $x$，$y$ のように，いろいろな値をとる文字を **変数** という。

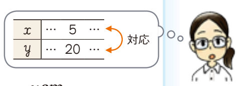



　また，前ページの Q2 で調べたように，$x$ と $y$ の関係は下の表のようになり，$x$ の値を決めると，$y$ の値がただ 1 つ決まる。

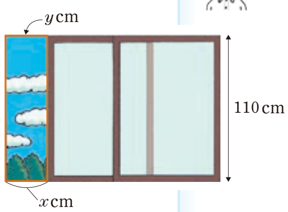
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |

　このように，2 つの変数 $x$，$y$ があって，
　　　$x$ の値を決めると，それに対応する $y$ の値がただ 1 つ決まる
とき，**$y$ は $x$ の関数である** という。

　$y$ が $x$ の関数であるかどうかを判断するには，上のような表をつくって，対応する $x$ と $y$ の値を調べるとわかりやすくなる。




**たしかめ 1**　右の図のような長方形の形をした窓があります。窓の縦の長さは 110 cm で，左側の窓だけ横方向に 80 cm まで開けることができます。
窓を $x$ cm 開けたときの開けた部分の周囲の長さを $y$ cm として，次の問いに答えなさい。




(1)　下の表の $\boxed{\phantom{0}}$ をうめて，$x$ と $y$ の関係を調べなさい。

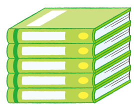
| $x$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ | $\boxed{\phantom{0}}$ |

(2)　$y$ は $x$ の関数であるといえますか。

**問 1**　次の(1)～(4)で，$y$ は $x$ の関数であるといえますか。

▶ 補充問題 p.292 1

(1)　右の図のように，厚さ 1.5 cm の本を $x$ 冊積み上げたときの本全体の高さ $y$ cm



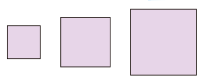
(2)　500 円玉で，$x$ 円の商品を買ったときのおつり $y$ 円
(3)　周の長さが $x$ cm である長方形の面積 $y$ cm$^2$
(4)　右のような料金が設定されている駐輪場に，自転車を $x$ 時間駐輪したときの駐輪料金 $y$ 円

駐輪料金表

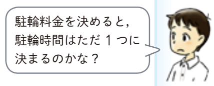
| | |
|---|---|
| 1 時間まで | 50 円 |
| 3 時間まで | 100 円 |
| 3 時間を超える場合，以降，12 時間ごとに右の金額を加算する | 100 円 |

　たとえば，問 1 (1)については，
　　本全体の高さ は 本の冊数 の関数である
というように，文字 $x$，$y$ などを使わずにいい表すこともある。

**問 2**　正方形の面積を決めるには，どんな数量が決まればよいか答えなさい。
また，その関係を「～は…の関数である」といういい方で表しなさい。



**問 3**　上の問 1 (4)で，
　　駐輪時間 は 駐輪料金 の関数である
といえますか。




### 数学の広場　「関数」の由来

数学の歴史

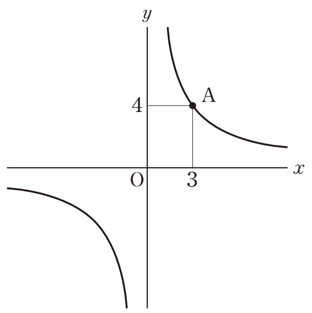
　「関数」という言葉を，数学の用語として最初に使った人は，ドイツの数学者ライプニッツ(1646～1716)といわれています。
「関数」は，英語では function といいますが，これはラテン語の functio を語源としたもので，機能や作用という意味があります。


ライプニッツ

# ⑧　反比例の式　〈1 年 5 章　比例と反比例〉

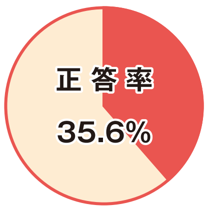
平成 28 年度　全国学力・学習状況調査　A 9

（4）下の図は，反比例のグラフで，点 A（3，4）を通ります。このとき，$y$ を $x$ の式で表しなさい。




### 出題の趣旨

反比例のグラフ上の点の座標から，$x$ と $y$ の関係を式で表すことができるかどうかをみる。




### ○ 正　答

$\dfrac{12}{x}$

### × 誤 答 例

$12x$

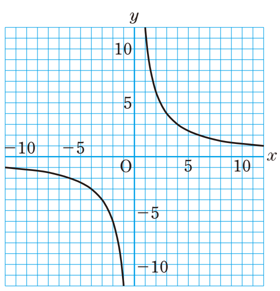
反比例の式と比例の式を混同していると考えられる。

### 課題と指導のポイント

反比例のグラフから $x$ と $y$ の関係を式で表すことに課題がある。指導にあたっては，グラフの特徴と式を関連づけて考察する場面を設定することが大切である。例えば，反比例のグラフから $x$ 座標と $y$ 座標の値の組を読みとり，$x$ と $y$ の値の積が常に一定の値 $a$ になることを調べ，反比例が $y=\dfrac{a}{x}$ という式で表されることを確認する場面を設定することが考えられる。また，反比例のグラフは，$x$ 軸と $y$ 軸のそれぞれに限りなく近づくが交わらないことを確認する場面を取り入れることも大切である。

1 年・比例と反比例で，反比例のグラフから $x$ と $y$ の関係を式で表すことを学習している。

**1 年・比例と反比例・p.154**




問5　左の図は，反比例のグラフです。このとき，$y$ を $x$ の式で表しなさい。

▶ 補充問題 p.294 11

問6　関数 $y=-\dfrac{12}{x}$ のグラフを左の図にかき入れなさい。

▶ 補充問題 p.294 12

# ⑨　1次関数の変化の割合　〈2年3章　1次関数〉

## 平成29年度　全国学力・学習状況調査　A 11(2)

（2）下のアからエまでの表は，$y$ が $x$ の一次関数である関係を表しています。この中から，変化の割合が2であるものを1つ選びなさい。

ア

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … |

イ

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 7 | 5 | 3 | 1 | −1 | −3 | −5 | … |

ウ

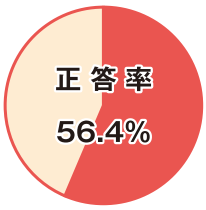
| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | −5 | −3 | −1 | 1 | 3 | 5 | 7 | … |

エ

| $x$ | … | −6 | −4 | −2 | 0 | 2 | 4 | 6 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … |

### 出題の趣旨

与えられた1次関数の表について，変化の割合を理解しているかどうかをみる。




### 〇 正　答

ウ

### ✕ 誤答例

エ

変化の割合が2である1次関数の表では，$y$ の値が1だけ増加したとき，対応する $x$ の値が2だけ増加するととらえたと考えられる。

### 課題と指導のポイント

1次関数 $y=ax+b$ の変化の割合を求めることに課題がある。指導にあたっては，表における $x$，$y$ の値の変化の様子を調べる活動を取り入れることが大切である。例えば，1次関数 $y=2x+1$ について，$x$ の値を1ずつ，2ずつ，3ずつ増やした場合を考え，それぞれの場合において $y$ の増加量を調べる活動を取り入れることが考えられる。このような活動を通して，変化の割合は，$x$ の増加量が1以外の場合でも $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求められることを確認する場面を設定することが考えられる。

2年・1次関数で，変化の割合を学習している。

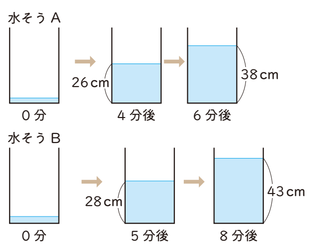
2年・1次関数　p.72〜73

## 2　1次関数の値の変化

1次関数で，$x$ の値（あたい）の変化にともなって，$y$ の値がどのように変化するか調べてみましょう。

**Q どちらかな？**

水が少し入っていて，形も大きさも同じである水そうA，Bがあります。これらの水そうに，それぞれ一定の割合で水を入れたら，右の図のようになりました。
水を入れている割合が大きいのは，どちらの水そうでしょうか。




上のQでは，1分あたりに上がった水位を求めることで，水そうAとBの水位の上がり方を比べることができる。

水を入れ始めてから $x$ 分後の水位を $y$ cmとしたとき，水そうAについて，1分あたりに上がった水位は，次のように求めることができる。

| $x$ | … | 4 | … | 6 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 26 | … | 38 | … |

$x$ の増加量 2，$y$ の増加量 12

$$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{38-26}{6-4}=\frac{12}{2}=6$$

「$x$ の値の増加量」を，単に「$x$ の増加量」と表すことにする。

**たしかめ1**　上のQの水そうBについて，1分あたりに上がった水位を求めなさい。

| $x$ | … | 5 | … | 8 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 28 | … | 43 | … |

一般に，$y$ が $x$ の関数であるとき，$x$ の増加量に対する $y$ の増加量の割合を **変化の割合** という。

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$$

すなわち，上のQの水そうAの $x$ と $y$ の関係では，$x$ の値が4から6まで増加するときの変化の割合は6である。

**たしかめ2**　前ページのQの水そうBの $x$ と $y$ の関係について，$x$ の値が5から8まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

**問1**（みんなに説明しよう）　前ページのQについて，水を入れている割合が大きいのは，どちらの水そうですか。また，その理由を「変化の割合」という用語を使って説明しなさい。

1次関数の変化の割合について，さらに調べてみよう。

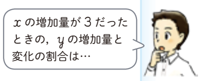
**問2**　1次関数 $y=2x-1$ について，$x$ の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
(1)　−2から1まで
(2)　1から3まで

| $x$ | … | −2 | … | 1 | … | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | □ | … | □ | … | □ | … |

**問3**　1次関数 $y=-x+5$ について，$x$ の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
(1)　−3から2まで
(2)　2から6まで

| $x$ | … | −3 | … | 2 | … | 6 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | □ | … | □ | … | □ | … |

**問4**（みんなに説明しよう）　問2，問3の結果から，1次関数の変化の割合について，気づいたことを説明しなさい。




これまで調べたことから，次のことがいえる。

**1次関数の変化の割合**

1次関数 $y=ax+b$ では，$x$ がどの値からどれだけ増加しても，変化の割合は一定で，$x$ の係数 $a$ に等しい。

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a \quad \cdots\cdots \ (*)$$

# ⑩　相対度数　〈1年８章　データの分析〉

## 平成30年度　全国学力・学習状況調査　A 15(1)

（1）表と裏の出方が同様に確からしい硬貨があります。この硬貨を投げる実験を多数回くり返し，表の出る相対度数を調べます。このとき，相対度数の変化のようすについて，下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

**ア**　硬貨を投げる回数が多くなるにつれて，表の出る相対度数のばらつきは小さくなり，その値は１に近づく。

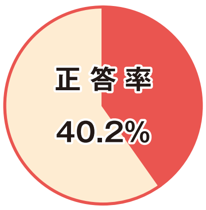
**イ**　硬貨を投げる回数が多くなるにつれて，表の出る相対度数のばらつきは小さくなり，その値は0.5に近づく。

**ウ**　硬貨を投げる回数が多くなっても，表の出る相対度数のばらつきはなく，その値は0.5で一定である。

**エ**　硬貨を投げる回数が多くなっても，表の出る相対度数の値は大きくなったり小さくなったりして，一定の値には近づかない。

### 出題の趣旨

「ある試行を多数回繰り返したとき，全体の試行回数に対するある事象の起こる回数の割合は，ある一定の値に近づく」ことを理解しているかどうかをみる。




### 正　答

イ

### 誤答例

ウ

多数回の試行で相対度数の値が一定の値に近づくことを理解しておらず，表と裏の出方が同様に確からしいことから，その値が0.5で一定であるととらえていると考えられる。

### 課題と指導のポイント

相対度数の意味の理解に課題がある。指導にあたっては，ある試行を多数回繰り返したときある事象が起こる回数の全体に対する近づいていくことを理解するために，観察や実験などの活動を取り入れることが大切である。例えば，硬貨を多数回投げる実験で，表と裏の出る回数の割合を調べるだけでなく，実験の途中の表と裏の出方にも着目し，表が続けて出たり，しばらく出ない場合があったりすることを確かめたりする活動を取り入れることが考えられる。このような活動を通して，多数回の試行を行うことによって投げた回数に対する表と裏の出る回数の割合がそれぞれ$\frac{1}{2}$に近づくことを，体験的に理解できるようにすることが大切である。

１年・データの分析で，相対度数，ことがらの起こりやすさを学習している。

### 1年・データの分析　p.250

**3 相対度数**

度数の合計が異なる２つのデータの分布を比べる方法を考えてみましょう。

Q 比べてみよう

表５は，今年のＡ中学校１年生80人と，同じ市内の中学校１年生500人のハンドボール投げの記録を整理してまとめた度数分布表です。

Ａ中学校は，市内の中学校と比べて，30ｍ以上投げた生徒は少ないといってよいでしょうか。

？ 度数の合計が異なる場合，どのように比べればいいかな？

表５　ハンドボール投げの記録

| 階級(m) | 度数(人) | |
|---|---|---|
| | Ａ中学校 | 市内の中学校 |
| 以上　未満 | | |
| 5～10 | 8 | 36 |
| 10～15 | 20 | 122 |
| 15～20 | 22 | 167 |
| 20～25 | 18 | 119 |
| 25～30 | 10 | 48 |
| 30～35 | 2 | 8 |
| 合計 | 80 | 500 |

上の Q では，Ａ中学校の度数の合計と市内の中学校の度数の合計が異なっているため，このままでは，分布のようすを比べるのが難しい。このようなときは，各階級の度数について，全体に対する割合を比べるとよい。

ある階級の度数の，全体に対する割合を，その階級の**相対度数**（そうたいどすう）という。

$$(\text{相対度数})=\frac{(\text{階級の度数})}{(\text{度数の合計})}$$

たしかめ1　表５の度数分布表について，Ａ中学校の各階級の相対度数を求めて，表６を完成しなさい。

表６　ハンドボール投げの記録

| 階級(m) | 度数(人) | | 相対度数 | |
|---|---|---|---|---|
| | Ａ中学校 | 市内の中学校 | Ａ中学校 | 市内の中学校 |
| 以上　未満 | | | | |
| 5～10 | 8 | 36 | | 0.072 |
| 10～15 | 20 | 122 | | 0.244 |
| 15～20 | 22 | 167 | | 0.334 |
| 20～25 | 18 | 119 | | 0.238 |
| 25～30 | 10 | 48 | | 0.096 |
| 30～35 | 2 | 8 | | 0.016 |
| 合計 | 80 | 500 | | 1.000 |

### 1年・データの分析　p.255

Q 調べてみよう

ペットボトルのキャップを投げて，表向きになる回数を調べてみましょう。

キャップを投げる回数を10，50，100，……と増やし，表向きになった回数と，その相対度数を表11にまとめてみましょう。


表11　ペットボトルのキャップ投げの実験結果

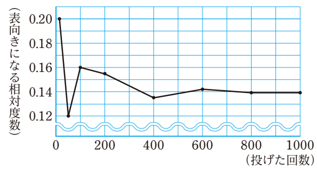
| 投げた回数 | 表向きになった回数 | 表向きになる相対度数 |
|---|---|---|
| 10 | | |
| 50 | | |
| 100 | | |
| 200 | | |
| 400 | | |
| 600 | | |
| 800 | | |
| 1000 | | |

表12は，上の Q の実験結果の１つの例を示したものである。表12の「投げた回数」と「表向きになる相対度数」の関係を折れ線グラフに表すと，図13のようになる。

表12　ペットボトルのキャップ投げの実験結果の例

| 投げた回数 | 表向きになった回数 | 表向きになる相対度数 |
|---|---|---|
| 10 | 2 | 0.200 |
| 50 | 6 | 0.120 |
| 100 | 16 | 0.160 |
| 200 | 31 | 0.155 |
| 400 | 54 | 0.135 |
| 600 | 85 | 0.142 |
| 800 | 111 | 0.139 |
| 1000 | 139 | 0.139 |

図13　ペットボトルのキャップ投げの実験結果の例

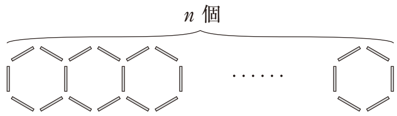



問1　上の Q の実験結果についても，折れ線グラフを図13にかき入れなさい。

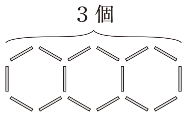
図13のグラフから，キャップを投げる回数が多くなるにつれて，表向きになる相対度数のばらつきは小さくなり，0.14に近づいていくことがわかる。

# ⑪　ストローの本数

2　次の図のようにストローを並べて，六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数を考えます。




例えば，六角形を 3 個つくるのに必要なストローは 16 本です。

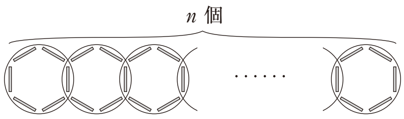



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）六角形を 5 個つくるのに必要なストローの本数を求めなさい。

（2）**図 1** のようにストローを囲むと，六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数は，次のように説明できます。

**図 1**




**説明**

> ストローを**図 1** のように囲むと，1 つの囲みにストローが 6 本ある。その囲みが $n$ 個あるので，この囲みで数えたストローの本数は $6n$ 本になる。このとき，2 回数えているストローが ☐ 本あるので，必要なストローの本数は $6n$ 本より ☐ 本少ない。
> したがって，六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数を表す式は，$6n-($ ☐ $)$ になる。

上の**説明**の ☐ には，同じ式が当てはまります。☐ に当てはまる式を，$n$ を用いて表しなさい。

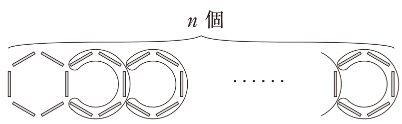
## 平成 29 年度
## 全国学力・学習状況調査
## B 2(3)

ストローの本数の求め方に関する問題である。

この問題では，ストロー全部の本数を求めるためには様々な囲み方があることをとらえ，それぞれの囲み方に対応する式を導きだしたり，式に対応する囲み方を見いだしたりすることが必要である。

（3）**図 2** のように囲み方を変えてみると，六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数は，$6+5(n-1)$ という式で表すことができます。六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数を表す式が $6+5(n-1)$ になる理由について，下の**説明**を完成しなさい。

**図 2**

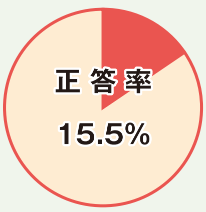



**説明**

> ストローを**図 2** のように囲むと，
>
> したがって，六角形を $n$ 個つくるのに必要なストローの本数を表す式は，$6+5(n-1)$ になる。

### 出題の趣旨

事象を数学的に表現したり，数学的に表現された結果を事象に即して解釈したりすることを通して，事柄が成り立つ理由を筋道立てて説明することができるかどうかをみる。



## 正答例

　1つの囲みにストローが5本ある。その囲みが$(n-1)$個あるので，この囲みで数えたストローの本数は$5(n-1)$本になる。このとき，左端に囲まれていないストローが6本あるので，必要なストローの本数は$5(n-1)$本より6本多い。

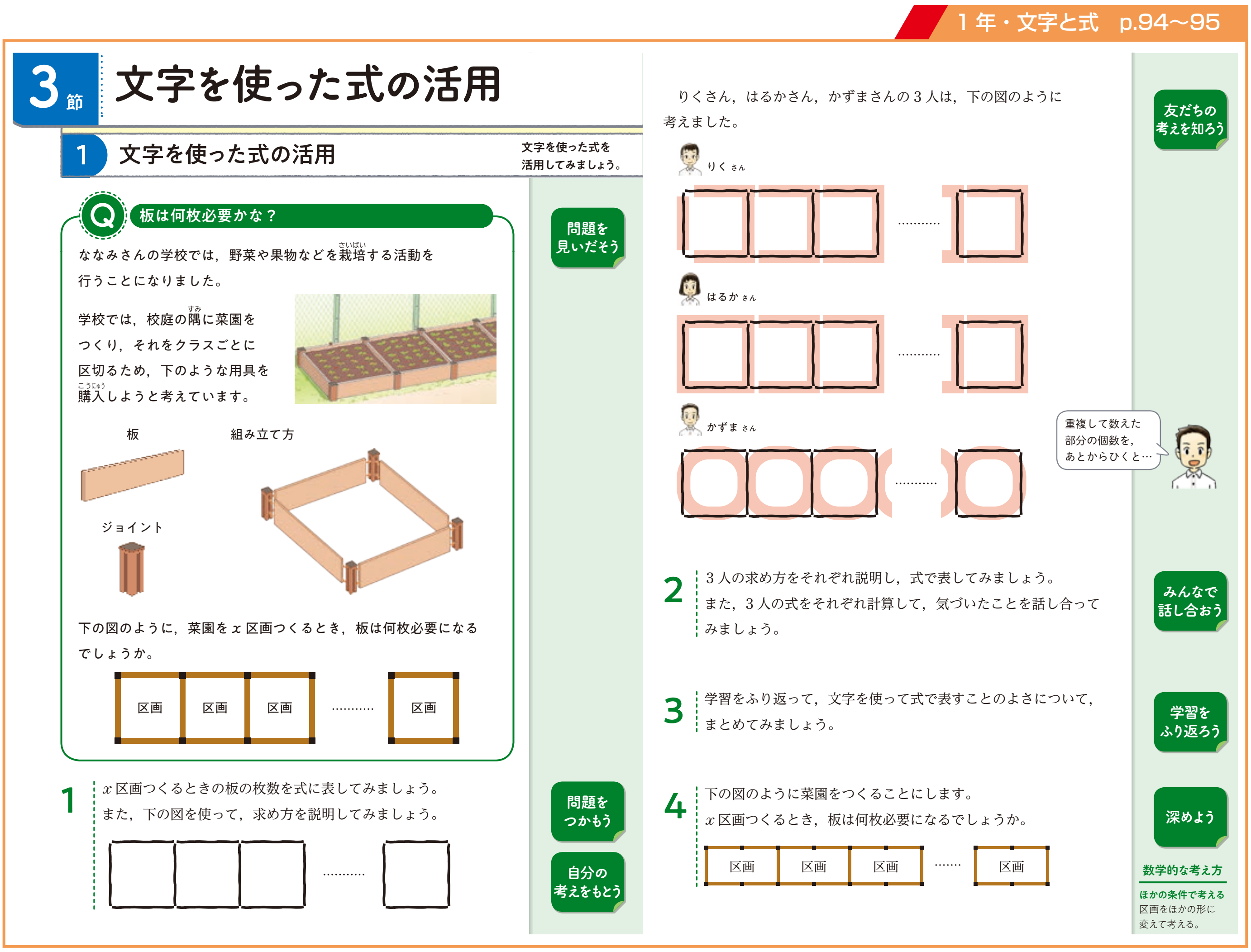
## 誤答例

　誤答の中では，「5本の囲みのものが$(n-1)$本ある」という解答が多く見られる。このように記述した生徒は，式$6+5(n-1)$について，囲まれた部分にのみ着目していると考えられる。

## 課題と指導のポイント

　事柄が成り立つ理由を事象に即して説明することに課題がある。指導にあたっては，事柄の意味を事象に即して読みとり，読みとった意味にもとづいて，根拠を明確にすることが大切である。例えば，図2の囲み方で必要なストローの本数が表されることを確認し，その囲み方と式$6+5(n-1)$を比べて，式の「6」が「最初の六角形をつくるのに必要なストローの本数」を意味することや，「$5(n-1)$」が「囲まれているストローの総数」を意味していることなどを読みとる場面を設定することも考えられる。そのうえで，図2の囲み方に即して，式$6+5(n-1)$で必要なストローの本数が表される理由を説明する活動を取り入れることが考えられる。

　1年・文字と式では，菜園を区切る板の枚数の求め方に関する問題を扱い，板の枚数の求め方を多面的に考察できるようにしている。また，菜園を板で正方形状に区切る場合から，長方形状に区切る場合に変えて，発展的に考えることができるようにしている。

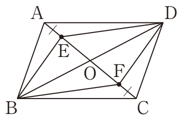


# ⑫　図形の証明

**4**　優花さんは，次の**問題**を解きました。

**問題**

　右の図のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし，線分OA，OC上に，AE＝CFとなる点E，Fをそれぞれとります。
　このとき，四角形EBFDは平行四辺形になることを証明しなさい。




**優花さんの証明**

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，
　　　OB＝OD　　　……①
　　　OA＝OC　　　……②
仮定より，
　　　AE＝CF　　　……③
②，③より，
　　　OA－AE＝OC－CF　　　……④
④より，
　　　OE＝OF　　　……⑤
①，⑤より，
対角線がそれぞれの中点で交わるから，
四角形EBFDは平行四辺形である。

　次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

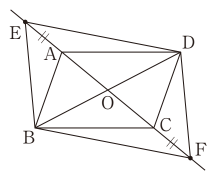
（1）**優花さんの証明**では，四角形EBFDの対角線がそれぞれの中点で交わることから，四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しました。四角形EBFDが平行四辺形であることから新たにわかることを，下の**ア**から**エ**までの中から1つ選びなさい。

**ア**　EB＝FD　　　**イ**　ED＝EF

**ウ**　OE＝OF　　　**エ**　AE＝CF

（2）右の**図**のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし，線分OA，OCを延長した直線上にAE＝CFとなる点E，Fをそれぞれとります。優花さんは，このときも四角形EBFDは平行四辺形になると予想しました。
　**図**において四角形EBFDが平行四辺形になることは，前ページの**優花さんの証明**の一部を書き直すことで証明できます。書き直すことが必要な部分を，下の**ア**から**オ**までの中から1つ選び，正しく書き直しなさい。

**図**




**ア**　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，
　　　OB＝OD　　　……①
　　　OA＝OC　　　……②

**イ**　仮定より，
　　　AE＝CF　　　……③

**ウ**　②，③より，
　　　OA－AE＝OC－CF　　　……④

**エ**　④より，
　　　OE＝OF　　　……⑤

**オ**　①，⑤より，
　　　対角線がそれぞれの中点で交わるから，

四角形EBFDは平行四辺形である。

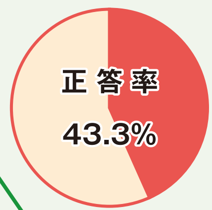
（3）前ページの**問題**では，**優花さんの証明**から「四角形ABCDが平行四辺形ならば，四角形EBFDは平行四辺形である。」ことがわかりました。
　**問題**の平行四辺形ABCDを正方形に変えると，四角形EBFDは平行四辺形の特別な形になります。四角形ABCDが正方形ならば，四角形EBFDはどんな四角形になりますか。「〜〜ならば，……になる。」という形で書きなさい。

## 平成30年度
## 全国学力・学習状況調査
## B 4(2)

　平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を用いて，四角形が平行四辺形になることを証明する問題である。
　この問題では，証明をふり返り，平行四辺形の内側に２つの点をとったときの証明をもとに，平行四辺形の外側に２つの点をとったときの証明につなげていくことが必要である。

**出題の趣旨**

　発展的に考え，条件を変えた場合について，証明の一部を書き直すことができるかどうかをみる。



## 正答例

ウを選択し，「②，③より，OA＋AE＝OC＋CF」と解答（OE＝OF が導けるものを含む）。

エを選択し，OE＝OF が成り立つ根拠を記述し，「OE＝OF」と解答。

## 誤答例

誤答の中では，ウを選択し上記以外を解答しているものが多くみられる。このように記述した生徒は，条件を変えた場合について，書き直すことが必要な部分はとらえているが，証明の一部を書き直すことができなかったと考えられる。

## 課題と指導のポイント

図形の性質を多角的に読みとり証明することに課題がある。指導にあたっては，次の３つの事項について考える場面を設定し，証明の方針を立てることができるようにすることが大切である。

Ⅰ　結論を示すためには何がわかればよいか。

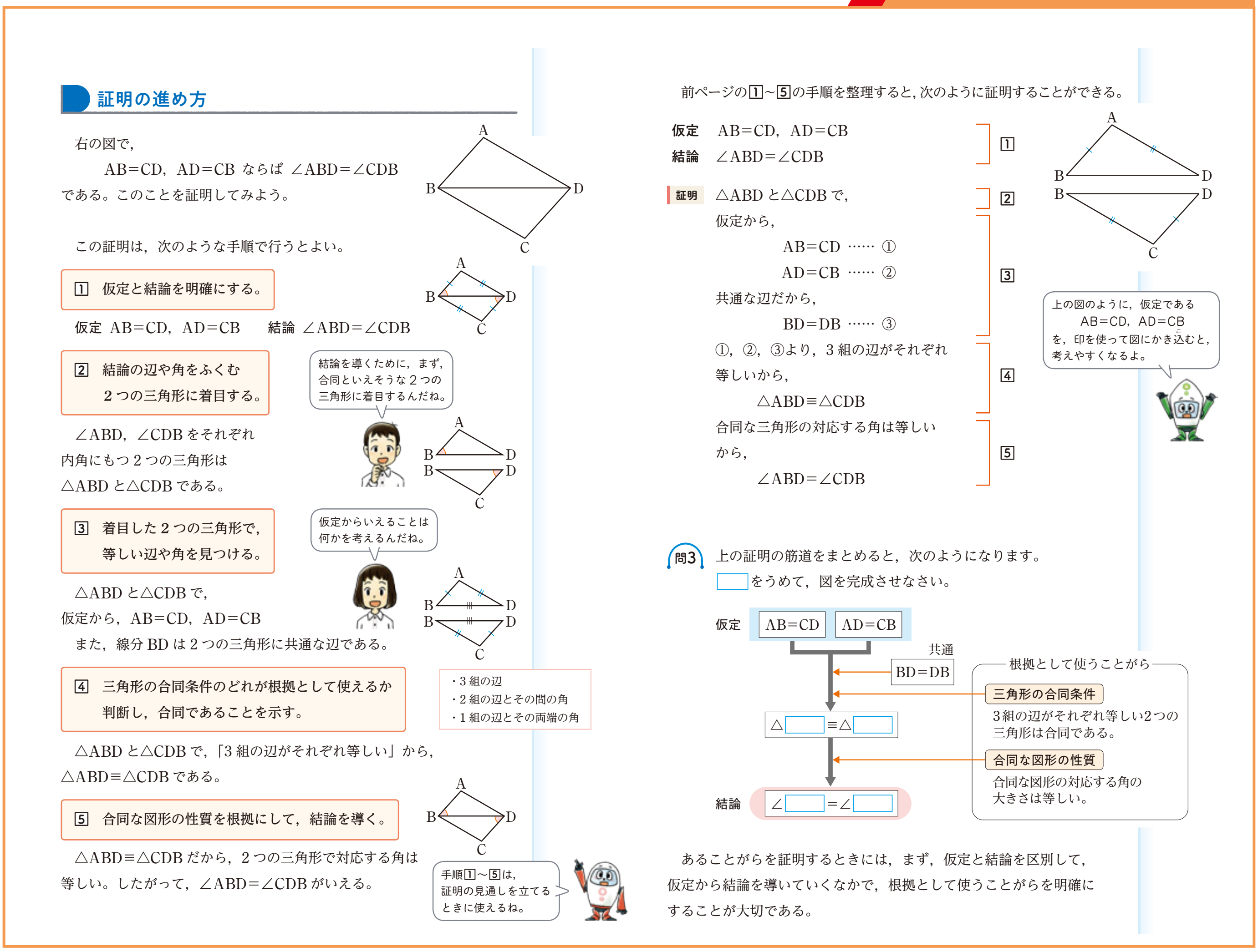
Ⅱ　仮定からいえることは何か。

Ⅲ　ⅠとⅡを結びつけるには，あと何がいえればよいか。

また，その方針に示された事柄を数学の記号で表したり，それらが成り立つ根拠を明らかにしたりして，仮定から結論を導く推論の過程を的確に表現できるようにすることも大切である。

２年・平行と合同で，証明の進め方を学習し，三角形の合同条件を使う証明において，どのような点に着目して考えればよいかをとらえられるようにしている。また，以降の論証の学習を通して，証明の記述を徐々に正確に表現できるようにしている。

２年・平行と合同　p.128～129



### 証明の進め方

右の図で，

AB＝CD，AD＝CB ならば ∠ABD＝∠CDB

である。このことを証明してみよう。

この証明は，次のような手順で行うとよい。

1 仮定と結論を明確にする。

仮定 AB＝CD，AD＝CB　　結論 ∠ABD＝∠CDB

2 結論の辺や角をふくむ２つの三角形に着目する。

∠ABD，∠CDB をそれぞれ内角にもつ２つの三角形は△ABD と△CDB である。

3 着目した２つの三角形で，等しい辺や角を見つける。

△ABD と△CDB で，仮定から，AB＝CD，AD＝CB

また，線分 BD は２つの三角形に共通な辺である。

4 三角形の合同条件のどれが根拠として使えるか判断し，合同であることを示す。

・３組の辺
・２組の辺とその間の角
・１組の辺とその両端の角

△ABD と△CDB で，「３組の辺がそれぞれ等しい」から，△ABD≡△CDB である。

5 合同な図形の性質を根拠にして，結論を導く。

△ABD≡△CDB だから，２つの三角形で対応する角は等しい。したがって，∠ABD＝∠CDB がいえる。



前ページの1～5の手順を整理すると，次のように証明することができる。

仮定　AB＝CD，AD＝CB　［1］

結論　∠ABD＝∠CDB

証明　△ABD と△CDB で，［2］

仮定から，［3］

AB＝CD ……①

AD＝CB ……②

共通な辺だから，

BD＝DB ……③

①，②，③より，３組の辺がそれぞれ等しいから，［4］

△ABD≡△CDB

合同な三角形の対応する角は等しいから，［5］

∠ABD＝∠CDB



問3　上の証明の筋道をまとめると，次のようになります。

□をうめて，図を完成させなさい。



あることがらを証明するときには，まず，仮定と結論を区別して，仮定から結論を導いていくなかで，根拠として使うことがらを明確にすることが大切である。

# ⑬　冷蔵庫の総費用

**6** 健太さんの家では，冷蔵庫の購入を検討しています。健太さんは，冷蔵庫A，冷蔵庫B，冷蔵庫Cについて調べたことを，次のような表にまとめました。

**健太さんが作った表**

| | 冷蔵庫A | 冷蔵庫B | 冷蔵庫C |
|---|---|---|---|
| 容量 | 400 L | 500 L | 500 L |
| 本体価格 | 80000円 | 100000円 | 150000円 |
| 1年間あたりの電気代 | 15000円 | 11000円 | 6500円 |

健太さんは，冷蔵庫A，冷蔵庫B，冷蔵庫Cについて，使用年数に応じた総費用を考えることにしました。そこで，それぞれの冷蔵庫において，1年間あたりの電気代は常に一定であるとし，次の式で総費用を求めることにしました。

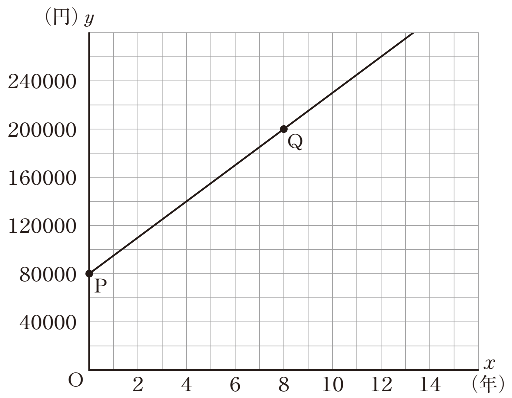
$$（総費用）=（本体価格）+\left(\begin{array}{c}1年間あたりの\\電気代\end{array}\right)\times（使用年数）$$

例えば，冷蔵庫Aを購入して3年間使用するときの総費用は，$80000 + 15000 \times 3 = 125000$ となり，125000円です。

次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

（1）冷蔵庫Aを購入して $x$ 年間使用するときの総費用を $y$ 円とします。この $x$ と $y$ の関係を，健太さんは次のような一次関数のグラフに表しました。

**冷蔵庫Aの使用年数と総費用**




このグラフにおける $x$ 座標が0である点をP，$x$ 座標が8である点をQとします。点Pの $y$ 座標と点Qの $y$ 座標の差は，冷蔵庫Aについての何を表していますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを1つ選びなさい。

**ア**　本体価格

**イ**　使用年数

**ウ**　1年間あたりの電気代

**エ**　購入してから8年間の電気代

**オ**　購入して8年間使用するときの総費用

（2）健太さんの家では，7ページの**健太さんが作った表**で，容量が500 Lである冷蔵庫Bと冷蔵庫Cのどちらかを購入することになりました。そこで，健太さんとお姉さんは，冷蔵庫を購入して $x$ 年間使用するときの総費用を $y$ 円として，冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用を比べてみることにしました。

> 健太さん「本体価格は冷蔵庫Cの方が高いので，最初のうちは冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が多いね。」
> お姉さん「1年間あたりの電気代は冷蔵庫Cの方が安いので，使い続けると冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が少なくなるね。」
> 健太さん「それなら，2つの冷蔵庫の総費用が等しくなるときがあるね。」

冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなるおよその使用年数を考えます。下の**ア**，**イ**のどちらかを選び，それを用いて冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明しなさい。**ア**，**イ**のどちらを選んで説明してもかまいません。

**ア**　それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表す式

**イ**　それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表すグラフ

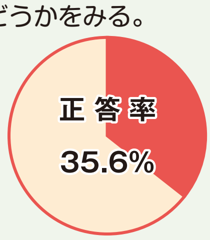
**平成31年度**
**全国学力・学習状況調査**
**6(2)**

健太さんとお姉さんの会話をもとに，冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を考察する問題である。

この問題では，冷蔵庫の使用年数と総費用について，式やグラフを用いて事象を数学的に解釈し，1次関数を活用して説明することが必要である。

**出題の趣旨**

事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。



## 正答例

アを選択し，冷蔵庫 B と冷蔵庫 C について，使用年数と総費用の関係から連立方程式をつくり，それを解いて使用年数の値を求める。

イを選択し，冷蔵庫 B と冷蔵庫 C について，使用年数と総費用の関係を 1 次関数のグラフに表して，その交点の座標を読みとり，使用年数の値を求める。

## 誤答例

誤答の中では，アを選択し方程式を用いることのみを記述していたり，イを選択しグラフを用いることのみを記述したりする解答が多くみられる。このように記述した生徒は，問題場面と式やグラフをどのように対応させればよいのかを考えることができなかったと考えられる。

## 課題と指導のポイント

問題解決の方法を数学的に説明することに課題がある。指導にあたっては，日常的な事象の考察に式やグラフを活用し，そのよさを実感することや，問題解決の方法や手順について，式やグラフの用い方を的確に説明することが大切である。

２年・１次関数で，日常的な事象に１次関数を活用することを学習している。そこでは，表，式，グラフを用いて印刷料金を調べ，複数の印刷会社の中から最も安い会社を考える問題などを掲載している。

また，他学年でも，事象を数学的に解釈する問題や，グラフから事象を読みとる問題などを掲載し，関数を日常的な事象に活用する力が継続的に身につくようにしている。

### ２年・１次関数　p.95～96

**Q　どちらの会社に依頼すれば得になるかな？**

しゅんさんの学校では，毎年，文化祭の案内状を作っています。今年は，右のような案内状の印刷を，A 社と B 社のどちらかに依頼することになりました。
どちらの会社に依頼すると，印刷料金が得になるでしょうか。ただし，それぞれの会社の印刷料金は下の表のとおりとします。

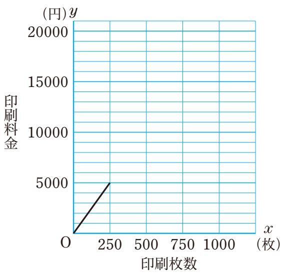

| 印刷会社 | 印刷料金 |
|---|---|
| A 社 | 1 枚から 250 枚までは印刷枚数 1 枚あたり 20 円<br>250 枚を超えた分については 1 枚あたり 14 円 |
| B 社 | 印刷枚数 1 枚あたり 10 円<br>ただし，印刷枚数に関わらず，初期費用として 5000 円が必要。 |

問題をつかもう

**1**　印刷枚数を $x$ 枚としたときの印刷料金を $y$ 円とするとき，A 社と B 社それぞれについて，$x$ と $y$ の関係をグラフに表してみましょう。

グラフをかくと，印刷料金の変化のようすがよくわかるね。

印刷枚数によって，A社とB社のどちらに依頼すべきか判断する必要がありそうだね。




自分の考えをもとう

**2**　A 社，B 社それぞれについて，$y$ は $x$ の 1 次関数といえますか。その理由も説明してみましょう。

1 次関数であることはどのように説明すればいいのかな？

みんなで話し合おう

**3**　印刷枚数によって，どちらの会社に注文するほうが得になるのか，説明してみましょう。

表，式，グラフのどれを使っても説明できそうだね。

**4**　3 について説明したことなどをふり返り，表，式，グラフを利用することのよさについてまとめてみましょう。

印刷枚数が決まっていない状態で，それぞれの会社の印刷料金をすぐに確認したい場合には…

印刷料金が同じになる印刷枚数を求めたい場合には…

ふり返ろう

**5**　新しい印刷会社である C 社について，下のようなことがわかりました。A 社と B 社の印刷料金と比べてみましょう。

| 印刷会社 | 印刷料金 |
|---|---|
| C 社 | 印刷枚数 1 枚あたり 9 円<br>ただし，印刷枚数に関わらず，初期費用として 7000 円が必要。 |

深めよう

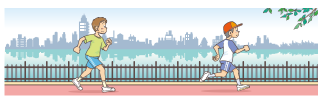
### １年・比例と反比例　p.157

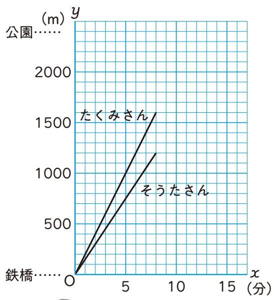
**Q　何分後かな？**

たくみさんとそうたさんは，河川敷のジョギングコースで，鉄橋から公園までの 2400m をそれぞれ一定の速さで走りました。
右の図は，出発してから $x$ 分後の鉄橋からの道のりを $y$ m として，2 人の進んだようすについて，$x$ の変域が $0 \leqq x \leqq 8$ の部分だけグラフに表したものです。

(1)　$x \geqq 8$ についても，2 人の進むようすを表すグラフをかき入れてみましょう。

(2)　2 人が公園に到着するのは，出発してからそれぞれ何分後か求めてみましょう。






鉄橋から公園まで，2 人は一定の速さで走っているから…

グラフに表すことによって，いろいろなことを読みとることができる。

# ⑭　読書の時間

8　図書委員会では，生徒の読書活動の状況を調べ，図書だよりにまとめようと考えています。そこで，図書委員の航平さんと桃子さんは，全校生徒 270 人を対象に，最近１か月間に読んだ本の冊数と，１日あたりの読書時間が何分であるかを回答するアンケートを実施しました。

アンケートのお願い
・最近１か月間で読んだ本は何冊ですか。　（　　冊）
・１日あたりの読書時間は何分ですか。　（　　分）

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）二人は，実施したアンケートをもとに，最近１か月間に読んだ本の冊数について，下のような表にまとめました。下の表において，読んだ本の冊数の最頻値を求めなさい。

**最近１か月間に読んだ本の冊数**

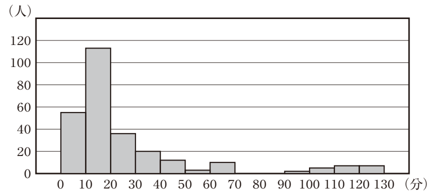
| 読んだ本の冊数（冊） | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数（人） | 13 | 114 | 74 | 30 | 11 | 7 | 4 | 4 | 3 | 4 | 6 | 270 |

（２）二人は，実施したアンケートをもとに，１日あたりの読書時間について，次のような表とヒストグラムにまとめました。**桃子さんが作ったヒストグラム**では，例えば，１日あたりの読書時間が 30 分以上 40 分未満だった生徒が 20 人いたことを表しています。

**航平さんが作った表**

| | 平均値 | 最大値 | 最小値 |
|---|---|---|---|
| １日あたりの読書時間（分） | 26.0 | 120 | 0 |

**桃子さんが作ったヒストグラム**



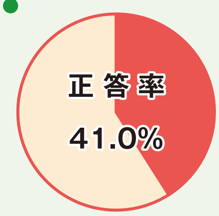

二人は，上の**航平さんが作った表**と**桃子さんが作ったヒストグラム**について話し合っています。

航平さん「１日あたりの読書時間の平均値が 26.0 分だから，１日に 26 分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだね。」
桃子さん「でも，ヒストグラムを見ると 26 分ぐらいの生徒が多いとはいえないのではないかな。」

**桃子さんが作ったヒストグラム**を見ると，航平さんのように「１日あたりの読書時間の平均値が 26.0 分だから，１日に 26 分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだ」という考えは適切でないことがわかります。その理由を，**桃子さんが作ったヒストグラム**の特徴をもとに説明しなさい。

## 出題の趣旨

資料の傾向を的確にとらえ，判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。




## 平成 31 年度
## 全国学力・学習状況調査
## 8(2)

読書の時間をまとめた表やグラフをもとに，資料の傾向をとらえ，判断したことの根拠を数学的な表現を用いて説明する問題である。

この問題では，表やグラフを適切に読みとり，常識的な判断にとらわれず，批判的に考察し判断する場合があることを理解し，その傾向を数学的な表現を用いて説明することが必要である。

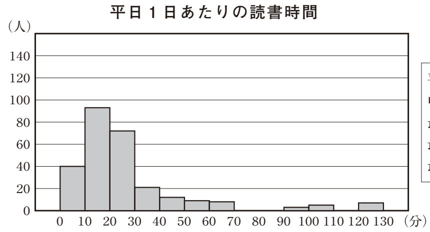
（３）二人は，月曜日から金曜日までの平日と，土曜日と日曜日の休日では，１日あたりの読書時間に違いがあるのではないかと考えました。そこで，全校生徒を対象に，平日１日あたりの読書時間と休日１日あたりの読書時間を調べるアンケートを改めて実施し，270 人の生徒が回答しました。そして，集計した結果をまとめ，次のような**図書だよりの下書き**を作成しています。

**図書だよりの下書き**

図書だより　　年　月　日
第一中学校図書委員会

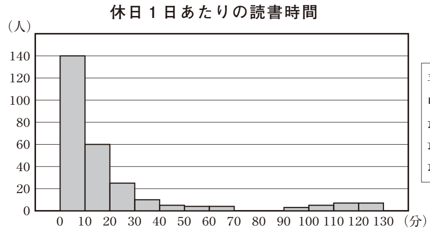
◎全校生徒の読書時間の状況についてわかったこと

**平日１日あたりの読書時間**




| | |
|---|---|
| 平均値 | 27.0 分 |
| 中央値 | 22.5 分 |
| 最頻値 | 15 分 |
| 最大値 | 120 分 |
| 最小値 | 0 分 |

**休日１日あたりの読書時間**




| | |
|---|---|
| 平均値 | 17.0 分 |
| 中央値 | 0 分 |
| 最頻値 | 0 分 |
| 最大値 | 125 分 |
| 最小値 | 0 分 |

○ 平日は，270 人の半数以上の生徒の読書時間が 20 分以上です。
○ 休日は，270 人の半数以上の生徒の読書時間が 0 分です。

前ページの**図書だよりの下書き**には，わかったこととして次のことが書かれています。

○ 平日は，270 人の半数以上の生徒の読書時間が 20 分以上です。
○ 休日は，270 人の半数以上の生徒の読書時間が 0 分です。

このことは，**図書だよりの下書き**にある**平日１日あたりの読書時間**と**休日１日あたりの読書時間**の，ある値に着目することでわかります。その値が，下の**ア**から**オ**までの中にあります。それを１つ選びなさい。

**ア**　平均値

**イ**　中央値

**ウ**　最頻値

**エ**　最大値

**オ**　最小値

## 正答例

次の（$a$），（$b$），または，（$b$），（c）について記述されている。

（$a$）　1 日あたりの読書時間である 26 分が，山の頂上の位置にないこと。

（$b$）　1 日あたりの読書時間である 26 分が，度数が最大である階級に含まれていないこと。

（c）　1 日に 26 分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだ，という考えは適切ではないこと。

## 誤答例

誤答の中では，「分布が左側に偏っているから，適切ではない。」など，根拠として上記の（$a$）を明示せずにヒストグラムの形状について記述し，説明すべき事柄について記述している解答が多くみられる。このように記述した生徒は，資料の傾向をとらえているが，数学的な表現を用いて説明することができなかったと考えられる。

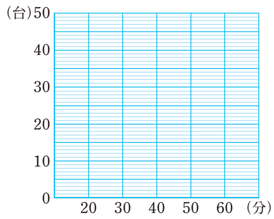
## 課題と指導のポイント

資料の傾向をとらえ，判断したことの根拠を数学的な表現を用いて説明することに課題がある。指導にあたっては，生徒どうしの話し合いの場面を設定することも大切である。話し合いの場面では「どちらともいえない」という意見も出ることが予想されるが，すぐに否定するのではなく，理由を確認しながら，資料の傾向についての考察を深めていくことが求められる。その際，範囲，相対度数，代表値などの用語を確認しながら，それらを用いて説明させることが大切である。

1 年･データの分析ではヒストグラム，2 年データの分析では箱ひげ図から資料の傾向を説明する場面を取り上げ，数学的な表現も用いながら，多角的な見方が養えるように配慮している。

### 1 年・データの分析　p.244

図 4　A ルートの所要時間
（階級の幅が 10 分の場合）




問4　A ルートの所要時間について，階級の幅を 10 分として，ヒストグラムをつくりなさい。

242 ページの表 1 から，20 分以上 30 分未満の階級の度数は……

まなびリンク

問5 みんなに説明しよう　前ページの図 1 と図 3，問 4 でつくった図 4 のヒストグラムを比べ，気づいたことをいいなさい。

前ページの図 3 のヒストグラムでは，2 つの山があるようにみえる。

問6 みんなに説明しよう　258 ページのデータを見直して，図 3 のヒストグラムで 2 つの山がある理由として，考えられることをいいなさい。

図 5，図 6 は，A ルートの所要時間について，それぞれ「平日」と「平日以外の日」で分けてつくったヒストグラムである。

図 5　A ルートの所要時間（平日）

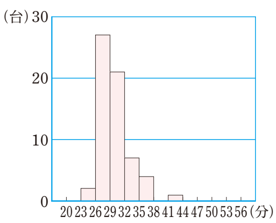
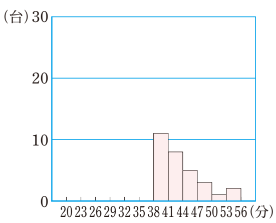


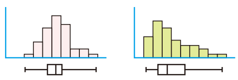

図 6　A ルートの所要時間（平日以外の日）



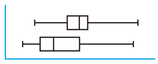

このことから，A ルートの所要時間では「平日」と「平日以外の日」でデータの分布が大きく異なり，それらがともにふくまれていたため，前ページの図 3 で 2 つの山が現れたと考えることができる。

### 2 年・データの分析　p.211

箱ひげ図を使うと，ヒストグラムよりも，中央値のまわりにあるおよそ半分のデータがどのあたりに分布しているのかがわかりやすくなる。



また，箱ひげ図は，複数のデータを比較するときにも便利である。



箱ひげ図などを使って，さらに，気温について調べてみよう。

箱ひげ図と折れ線グラフ

例 2　2015 年の香川（かがわ）・高松（たかまつ）の 1 月から 12 月までの各日の平均気温について，調べてみよう。
図 1 は，それらの各月の分布のようすを箱ひげ図に表したものである。また，図 2 は，それらの各月の平均値を折れ線グラフに表したものである。

図 1

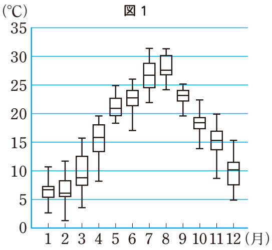



図 2

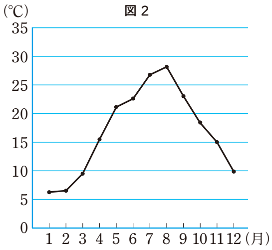



図 1 から，たとえば，次のようなことが読みとれる。
- 平均気温の中央値は，2 月が最も低く，8 月が最も高い。
- 平均気温の四分位範囲は，1 月，9 月，10 月が小さく，3 月が大きい。
- 平均気温が最も低かった日は 2 月だった。

また，図 2 から，たとえば，次のようなことが読みとれる。
- 平均気温の各月の平均値は，1 月が最も低く，8 月が最も高い。
- 平均気温の各月の平均値は，5℃ から 30℃ までの間におさまっている。

箱ひげ図は，図 1 のように縦の方向に示すこともある。

**中学数学　内容解説資料**

## 中学校数学　全国学力・学習状況調査にみられる課題とその手立て

令和２年４月発行
編　者　教育出版株式会社　編集局
発行者　教育出版株式会社
代表者　伊東　千尋
発行所　〒135-0063
東京都江東区有明3-4-10　TFTビル西館
教育出版株式会社
http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/