解答　3年 4章　関数 $y = ax^2$

$\boxed{1}$　$a = -18$，$b = 0$

⇒　y が最小の値をとるのは $x = -6$ のときだから，

$$a = -\frac{1}{2} \times (-6)^2 = -18$$

y が最大の値をとるのは $x = 0$ のときだから，

$$b = 0$$

$\boxed{2}$　5

$\boxed{3}$　$a = \frac{3}{4}$

⇒　次のような方程式をつくることができる。

$$\frac{a \times (-1)^2 - a \times (-3)^2}{(-1) - (-3)} = -3$$

$\boxed{4}$(1)　点Aの y 座標　8

2点A，Bを通る直線の式　$y = -x + 4$

(2)　$E\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

⇒(2)　△OEC＝四角形ODBCだから，点Eの x 座標を p とすると，

$$\frac{1}{2} \times 4 \times p = \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2$$

これを解くと，$p = 3$

したがって，点Eの y 座標は，$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$

$\boxed{5}$(1)　ア

(2)　ウ

(3)　4

⇒(3)　△CBP＝△AOP×3だから，点Pの x 座標を p とすると，

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \left(16 - \frac{1}{4}p^2\right) = \left(\frac{1}{2} \times 8 \times p\right) \times 3$$

これを解くと，$p = -16$，$p = 4$

$0 < p < 8$ だから，$p = -16$ は問題に適していない。$p = 4$ は問題に適している。

$\boxed{6}$(1)　$a = \frac{1}{2}$

(2)①　$\frac{28}{9}$ cm　　　②　$-\frac{8}{3}$，-1

⇒(1)　点Aの y 座標は，$y = -\frac{1}{2} \times (-3) + 3 = \frac{9}{2}$

したがって，$y = ax^2$ に点Aの座標 $\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$ を代入して，a の値を求めればよい。

(2)①　2直線 $y = x + 4$，$y = -\frac{1}{2}x + 3$ を連立して，x，y の値を求めると，$x = -\frac{2}{3}$，$y = \frac{10}{3}$

よって，点Eの座標は $\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$ だから，点Qの座標は $\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$ である。

点Rは，$x = -\frac{2}{3}$ のときの $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点だから，その y 座標は，

$$y = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

したがって，$QR = \frac{10}{3} - \frac{2}{9} = \frac{28}{9}$

②　ア　$-3 \leqq x \leqq -2$ のとき

$$\left(-\frac{1}{2}x + 3\right) - (x + 4) = 3 \qquad x = -\frac{8}{3}$$

イ　$-2 \leqq x \leqq -\frac{2}{3}$ のとき

$$\left(-\frac{1}{2}x + 3\right) - \frac{1}{2}x^2 = 3 \quad x = 0,\ x = -1$$

$-2 \leqq x \leqq -\frac{2}{3}$ から，$x = -1$

ウ　$-\frac{2}{3} \leqq x \leqq 2$ のとき

$$(x + 4) - \frac{1}{2}x^2 = 3 \qquad x = 1 \pm \sqrt{3}$$

これらの値は，$-\frac{2}{3} \leqq x \leqq 2$ の範囲にない。

エ　$2 \leqq x \leqq 4$ のとき

$$(x + 4) - \left(-\frac{1}{2}x + 3\right) = 3 \qquad x = \frac{4}{3}$$

この値は，$2 \leqq x \leqq 4$ の範囲にない。

$\boxed{7}$(1)　あ　4　　　い　16

(2)　変域　$4 \leqq x \leqq 8$，　式　$y = 4x$

(3)　$\frac{32}{3}$

(4)　イ

(5)　$2\sqrt{3}$，$\frac{29}{3}$

(6)　t の値　$\frac{32}{7}$，　面積　$\frac{128}{7}$ cm^2

⇒(3)　$2x + x = 32 \qquad x = \frac{32}{3}$

(4)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，

$y = \frac{1}{2} \times x \times x$，すなわち，$y = x^2$

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，

$y = \frac{1}{2} \times x \times 8$，すなわち，$y = 4x$

$8 \leqq x \leqq \frac{32}{3}$ のとき，

$y = \frac{1}{2} \times (32 - 3x) \times 8$，すなわち，

$y = 128 - 12x$

(5)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，$x^2 = 12 \qquad x = \pm 2\sqrt{3}$

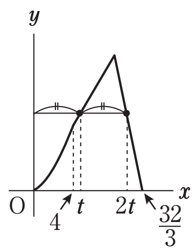
$x \geqq 0$ から，$x = 2\sqrt{3}$

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，$4x = 12 \qquad x = 3$

この値は，$0 \leqq x \leqq 4$ の範囲にない。

$8 \leqq x \leqq \frac{32}{3}$ のとき，$128 - 12x = 12 \qquad x = \frac{29}{3}$

(6)　t 秒後と $2t$ 秒後の△APQの面積が等しくなるのは，右の図から，$4 < t < \frac{16}{3}$ のときである。したがって，



$$4t = 128 - 12 \times 2t$$

$$t = \frac{32}{7}$$

このとき，$y = 4 \times \frac{32}{7} = \frac{128}{7}$