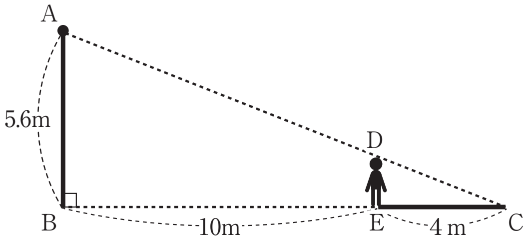
解答　3年 5章　相似な図形

1　1.6 m

⇒　下の図で，AB//DEとみなすことができる。



AB：BC＝DE：ECだから，

$5.6:(10+4)=\mathrm{DE}:4$

$22.4=14\,\mathrm{DE}$

$\mathrm{DE}=1.6$

2(1)　155°

(2)　△BEDと△CBEにおいて，

仮定より，DE//BC

よって，

∠BED＝∠CBE（錯角）　……①

仮定より，

ED：EB＝1：2　……②

また，DE//BCなので，仮定より，

DE：BC＝1：4　……③

よって，

EB：BC＝2：4＝1：2　……④

②，④より，

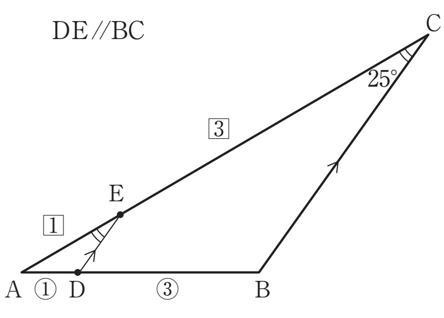
ED：EB＝EB：BC　……⑤

①，⑤より，対応する2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△BED∽△CBE

⇒(1)　仮定から，AD：DB＝AE：EC（＝1：3）だから，

DE//BC



平行線の同位角は等しいから，

∠AED＝∠ACB＝25°

∠CED＝180°－∠AED

＝180°－25°

＝155°

(2)　DE//BCと仮定から，

DE：BC＝AE：AC

＝AE：(AE＋EC)

＝1：(1＋3)

＝1：4

であることに着目する。

3　AC＝BD，AC⊥BD

⇒　中点連結定理から，

AC＝2PQ＝2SR

BD＝2PS＝2QR

PQ//SR//AC

PS//QR//BD

四角形PQRSは正方形だから，

PQ＝SR＝PS＝QR

PQ⊥PS

したがって，

AC＝BD，AC⊥BD

4(1)　〈証明〉

△ABCと△CBDにおいて，

∠Bは共通　……①

△ABCはAB＝ACの二等辺三角形であり，その底角は等しいから，

∠ABC＝∠ACB　……②

△CBDはCB＝CDの二等辺三角形であり，その底角は等しいから，

∠CBD＝∠CDB　……③

②，③より，

∠ACB＝∠CDB　……④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△CBD

(2)　$\left(1+\sqrt{5}\right)$ cm

⇒(2)　△ABC∽△CBDより，AB：CB＝BC：BDだから，AB＝x cmとすると，

$x:2=2:(x-2)$

$x(x-2)=2\times2$

$x^2-2x-4=0$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$$

$=1\pm\sqrt{5}$

$x>2$だから，$x=1+\sqrt{5}$

5 〈証明〉

△ABFと△DEFにおいて,

まず,対頂角は等しいから,

$\angle AFB = \angle DFE$ ……①

次に,△ABCにおいて,点Dは辺BCの中点,点Eは辺ACの中点であるから,中点連結定理より,

$AB /\!/ ED$ ……②

②より,平行線の錯角は等しいから,

$\angle ABE = \angle DEB$

よって,

$\angle ABF = \angle DEF$ ……③

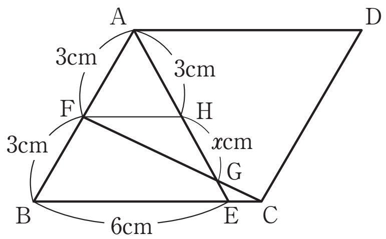
①,③より,2組の角がそれぞれ等しいから,

$\triangle ABF \backsim \triangle DEF$

⇒ 点D,Eが各辺の中点であることから,中点連結定理を利用する。

6 $\dfrac{21}{4}$cm

⇒ 下の図のように,点Fを通り,辺BCに平行な直線と辺AEとの交点をHとする。



$\triangle FGH \backsim \triangle CGE$だから,

$HG : EG = FH : CE$

$= 3 : (7-6)$

$= 3 : 1$

よって,$EG = 3 - HG$だから,

$HG : (3 - HG) = 3 : 1$

$HG = 3(3 - HG)$

$HG = \dfrac{9}{4}$

したがって,

$AG = AH + HG$

$= 3 + \dfrac{9}{4}$

$= \dfrac{21}{4}$

7 $\dfrac{24}{5}$cm (または4.8cm)

⇒ $FG /\!/ DE /\!/ BC$より,$GE : EC = FD : DB$だから,

$FD = x$cmとすると,

$4 : 6 = x : (12 - x)$

$4(12 - x) = 6x$

$48 - 4x = 6x$

$x = \dfrac{24}{5}$

8 16倍

⇒ $\triangle DPQ \backsim \triangle DEC$で,相似比は1:2だから,

$\triangle DPQ : \triangle DEC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

よって,

$\triangle DEC = 4\triangle DPQ$ ……①

$BE = EC$から,

$\triangle DBC = 2\triangle DEC$ ……②

$AD = DB$から,

$\triangle ABC = 2\triangle DBC$ ……③

①,②,③から,

$\triangle ABC = 2 \times 2 \times 4\triangle DPQ$

$= 16\triangle DPQ$

したがって,△ABCの面積は△DPQの面積の16倍である。

9 21.6%

⇒ 水が入った部分の円錐と容器の円錐は相似で,相似比は,

$9 : 15 = 3 : 5$

よって,水の体積の容器の体積に対する割合は,

$\dfrac{3^3}{5^3} = \dfrac{27}{125}$

$= 0.216$

したがって,水の体積は容器全体の体積の21.6%である。