



$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}$$

(2)より、三角錐A-BDEの体積は $36\text{ cm}^3$ だから、

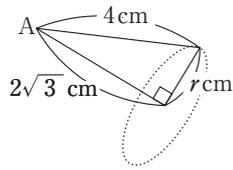
$$\frac{1}{3} \times 18\sqrt{3} \times h = 36$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

右の図のように、切り口の円の半径を $r\text{ cm}$ とすると、直角三角形の斜辺は球の半径にあたるから $4\text{ cm}$ で、

$$(2\sqrt{3})^2 + r^2 = 4^2 \quad r^2 = 4$$

$r > 0$ だから、 $r = 2$



⑥(1)  $\frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3$

(2)  $3\text{ cm}$

(3)  $\frac{19\sqrt{7}}{3} \pi \text{ cm}^3$

$\Rightarrow$ (1)  $\frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 \times \frac{1}{2} = \frac{128}{3} \pi$

(2) 右の図の直角三角形OBCで、

$OB = \sqrt{7}\text{ cm}$ ,  $OC = 4\text{ cm}$ だから、三平方の定理より、

$$BC^2 = OC^2 - OB^2 = 9$$

$BC > 0$ だから、 $BC = 3$

(3) 円錐のおもりの体積は、

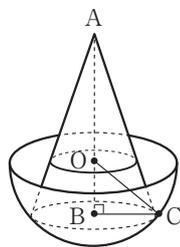
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{7} = 9\sqrt{7} \pi$$

おもりの外に出ている部分は円錐のおもりと相似である。よって、その体積は、

$$9\sqrt{7} \pi \times \frac{2^3}{3^3} = \frac{8\sqrt{7}}{3} \pi$$

したがって、あふれた水の体積は、

$$9\sqrt{7} \pi - \frac{8\sqrt{7}}{3} \pi = \frac{19\sqrt{7}}{3} \pi$$



⑦(1)  $4\sqrt{22}\text{ cm}^2$

(2)  $63\text{ cm}^3$

(3)  $18\sqrt{2}\text{ cm}$

$\Rightarrow$ (1) PQは直角二等辺三角形PQAの斜辺だから、

$$PQ = 4\sqrt{2}$$

右の図で、 $\triangle PIE$ ,  $\triangle PAE$ は直角三角形だから、

$$IE^2 + IP^2 = PE^2$$

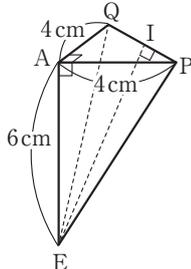
$$IE^2 + \left(\frac{1}{2}PQ\right)^2 = AP^2 + AE^2$$

$$IE^2 + (2\sqrt{2})^2 = 4^2 + 6^2$$

$$IE = 2\sqrt{11}$$

したがって、

$$\triangle PQE = \frac{1}{2} \times PQ \times IE$$



$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{11}$$

$$= 4\sqrt{22}$$

(2) 右の図のように、

AE, BM, DNをそれぞれ延長すると1点で交わるから、その交点をRとする。

ER = 6 cmであり、三角錐R-APQと三角錐R-EMNは相似比が2:1の相似な立体である。

三角錐R-APQの体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 12 = 72$$

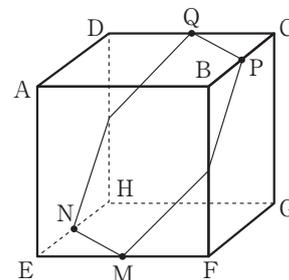
よって、三角錐R-EMNの体積は、

$$72 \times \frac{1^3}{2^3} = 9$$

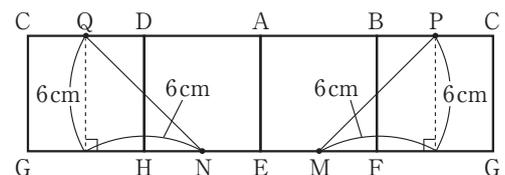
したがって、求める立体の体積は、

$$72 - 9 = 63$$

(3) PからQまでの長さは線分PQのときに最も短くなり、NからMまでの長さは線分MNのときに最も短くなる。このとき、 $PQ = MN = 3\sqrt{2}\text{ cm}$ である。



QからNまでの長さとしてMからPまでの長さは、展開図で考える。QからNまでの長さは、展開図上での線分QNのときに最も短くなる。また、MからPまでの長さは、展開図上での線分PMのときに最も短くなる。このとき、 $QN = PM = 6\sqrt{2}\text{ cm}$ である。



したがって、求める長さは、

$$3\sqrt{2} \times 2 + 6\sqrt{2} \times 2 = 18\sqrt{2}$$