

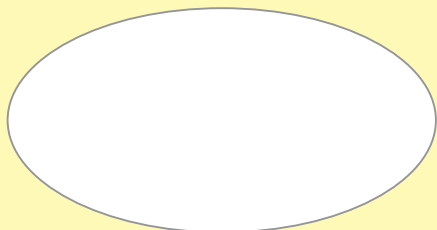
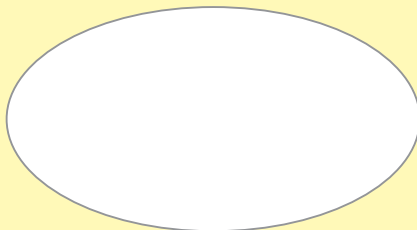
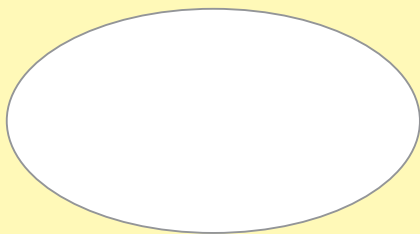
2

章

連立方程式

災害時に備えた飲料水の備蓄量^{びちく}の目安は3日分です。
「1日で、1人あたり3L」と計算して、1人あたり9Lの
飲料水を備蓄しておく必要があります。

ゆうとさんは、2Lと500mLペットボトルを
組み合わせて、ちょうど9Lになるようにして、
長期保存用の飲料水を購入^{こうにゅう}しようと考えています。



2つの文字をふくむ方程式について
学びましょう。

1章

2章

3章

4章

5章

6章



2章 連立方程式 を学習する前に

1年では1次方程式とその解き方、
1章では多項式の計算を学びました。

1

1 次方程式の解

1年

次の方程式のうち、解が2であるものは
どちらでしょうか。

㊶ $3x - 1 = 2$ ㊷ $-x + 5 = 2x - 1$

方程式 … まだわかっていない数を
表す文字をふくむ等式

方程式の解 … 方程式を成り立たせる
文字の値

2

1 次方程式の解き方

1年

次の方程式を解いてみましょう。

$$\begin{array}{l}
 5x + 4 = 25 - 2x \\
 5x \square 2x = 25 \square 4 \\
 \square x = \square \\
 x = \square
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \textcircled{1} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{3}
 \end{array}$$

1 次方程式を解く手順

- ① 移項して、文字がある項どうし、
数の項どうしを集める。
- ② 両辺を整理して、 $ax = b$ の形に
する。
- ③ 両辺を x の係数でわる。

3

多項式の加法, 減法

15 ページ

次の計算をしてみましょう。

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad 7x + 3y \\
 +) \quad 4x - 3y \\
 \hline
 \square
 \end{array}$$

多項式の加法

$$\begin{aligned}
 &(7x + 3y) + (4x - 3y) \\
 &= 7x + 3y + 4x - 3y \\
 &= 7x + 4x + 3y - 3y
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad 6x - 8y \\
 -) \quad 5x - 9y \\
 \hline
 \square
 \end{array}$$

多項式の減法

$$\begin{aligned}
 &(6x - 8y) - (5x - 9y) \\
 &= 6x - 8y - 5x + 9y \\
 &= 6x - 5x - 8y + 9y
 \end{aligned}$$

Let's Try



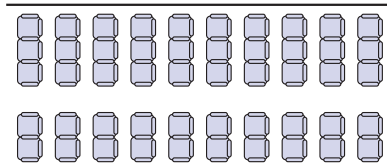
19人のグループで新幹線に乗ろうと
しています。

Q

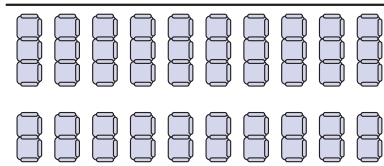
1

19人の座席の^{すわ}り方を考えます。3人がけの座席には3人、2人がけの座席には2人が必ず座るようにします。3人がけと2人がけをそれぞれ何列使う座り方が考えられるでしょうか。

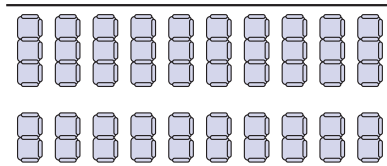
座り方 1



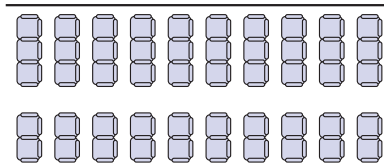
座り方 2



座り方 3



座り方 4



Q

2

Q 1 に,

「2人がけと3人がけを合わせて8列使う」
という条件をつけ加えると、どんな座り方が考えられるでしょうか。

1 節

連立方程式とその解き方

- ① 連立方程式とその解
- ② 連立方程式の解き方
- ③ いろいろな連立方程式

1 連立方程式とその解



わかっていない数量が2つあるとき、どんな方程式を使うとよいか考えよう。

- 5 前ページの **Q1** で、3人がけの座席を x 列、2人がけの座席を y 列使うとすると、数量の関係は、次の等式で表すことができる。

$$3x + 2y = 19 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

①のように、2つの文字をふくむ1次方程式を
2元1次方程式という。

- 10 **問1** 下の表は、2元1次方程式①の x に0以上の整数を順に代入して、この方程式を成り立たせる x, y の値の組を求めたものです。□をうめなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{19}{2}$	8	□	□	□	□	□

2元1次方程式を成り立たせる2つの文字の値の組を、その2元1次方程式の解という。

- 15 問1で調べたように、2元1次方程式①の解はいくつもあるが、 x, y がともに0以上の整数である解は、
- $$x=1, y=8 \quad x=3, y=5 \quad x=5, y=2$$
- の3組である。

- 問2** 2元1次方程式は、1年で学んだ1次方程式と比べてどんな違いがありますか。

- 20 次に、**Q2** でつけ加えた「2人がけと3人がけを合わせて8列使う」という条件について考えてみよう。

数学メモ

「元」は、まだわかっていない数を表す文字の個数を意味し、1年で学んだ1つの文字だけをふくむ1次方程式は「1元1次方程式」といいます。

前ページの x と y を使うと、**Q2** の条件は、次の 2 元 1 次方程式で表すことができる。

$$x + y = 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

問 3 2 元 1 次方程式②の x に 0 以上の整数を順に代入し、下の表の をうめて、この方程式の解を求めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

5 **問 4** 問 1 および問 3 の表から、方程式①と②を両方とも成り立たせる x, y の値の組を求めなさい。

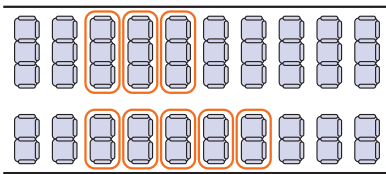
方程式①と②を両方とも成り立たせる x, y の値の組を求めるとき、これらの方程式を組にして、次のように表す。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

10 このように、方程式を組にしたものを **連立方程式** という。また、これらの方程式を両方とも成り立たせる文字の値の組をその連立方程式の **解** といい、解を求めることを、その連立方程式を **解く** という。

上の連立方程式の解は、 $x = 3, y = 5$ である。

したがって、**Q2** では、3 人がけを 3 列、2 人がけを 5 列使う座り方になる。



15 **たしかめ 1** 次の x, y の値の組の中で、連立方程式 $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 7x - 2y = 20 \end{cases}$ の解はどれですか。

ア $x = -1, y = 2$

イ $x = -4, y = 1$

ウ $x = 6, y = 11$

エ $x = 2, y = -3$

補充問題
▶ p.219 1

2 連立方程式の解き方

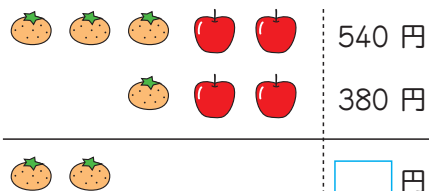
加減法




連立方程式を解く方法を考えよう。



みかん 3 個とりんご 2 個の代金の合計は 540 円、みかん 1 個とりんご 2 個の代金の合計は 380 円です。



みかん 1 個の値段はいくらでしょうか。
また、りんご 1 個の値段はいくらでしょうか。

上の  で、みかん 1 個の値段を x 円、りんご 1 個の値段を y 円とすると、代金の関係から、次の連立方程式をつくることができる。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 540 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y = 380 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

この連立方程式を解く方法を考えてみよう。

①、②の左辺どうし、右辺どうしをひくと、

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 540 \\ -) \quad x + 2y = 380 \\ \hline 2x \quad = 160 \\ x = 80 \end{array}$$

$x = 80$ を②に代入すると、

$$80 + 2y = 380$$

これを解いて、 $y = 150$

この連立方程式の解は、 $x = 80$ 、 $y = 150$

したがって、みかん 1 個の値段は 80 円、

りんご 1 個の値段は 150 円である。

$$\begin{array}{r} A = B \\ -) \quad C = D \\ \hline A - C = B - D \end{array}$$

問 1 ①、②の方程式に $x = 80$ 、 $y = 150$ を代入して、方程式が成り立つことを

確かめなさい。

求めた x , y の値が連立方程式の解であるかどうかを確かめるには、問1のように、もとの連立方程式の文字 x , y に値を代入し、方程式が成り立つかどうかを調べればよい。

文字を1つだけふくむ方程式の解き方は1年で学んだ。連立方程式を解くには、連立方程式を変形して、文字を1つだけふくむ1次方程式をつくれればよい。

5 文字 x , y をふくむ連立方程式から、 y をふくまない方程式をつくることを、 y を しょうきよ 消去するという。

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 540 \\ -) x + 2y = 380 \\ \hline 2x = 160 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} y \text{ を消去}$$

さらに、連立方程式から1つの文字を消去する方法を考えてみよう。

加減法 ①

10 **例題 1** 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 & \cdots \cdots \text{①} \\ -2x + y = 7 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

考え方

x の係数に着目すると、①の方程式では2、②の方程式では-2だから、①、②の左辺どうし、右辺どうしを加える。

解答

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 11 \\ +) -2x + y = 7 \\ \hline 6y = 18 \\ y = 3 \end{array}$$

$y = 3$ を②に代入すると、

$$-2x + 3 = 7$$

$$x = -2$$

$$\begin{array}{r} A = B \\ +) C = D \\ \hline A + C = B + D \end{array}$$

答 $x = -2$, $y = 3$

連立方程式の左辺どうし、右辺どうしを加えたりひいたりして、1つの文字を消去して解く方法を かげんぽう 加減法 という。

11 **たしかめ 1** 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x + 3y = 1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x + 3y = -9 \\ 2x - 3y = -18 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$$



文字の係数の絶対値が等しくないとき、文字をどのように消去すればよいか考えよう。

加減法 ②

例題 2 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x+3y=2 & \cdots \cdots \text{①} \\ 3x+4y=-4 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

考え方

①, ②の左辺どうし, 右辺どうしを, そのまま加えたりひいたりしても, x, y のどちらの文字も消去できない。このようなときは, x, y のどちらかの係数の絶対値を等しくするために, 一方の方程式を何倍かするとよい。

解答

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 3 \quad 3x+9y=6 \\ \text{②} \quad -) \quad 3x+4y=-4 \\ \hline \quad \quad \quad 5y=10 \\ \quad \quad \quad y=2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \times 3 = B \times 3 \\ -) \quad C = D \\ \hline \end{array}$$

$y=2$ を①に代入すると,

$$x+3 \times 2=2$$

$$x=-4$$

答 $x=-4, y=2$

たしかめ 2 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+3y=-1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x+3y=-7 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} -x+2y=5 \\ 4x-5y=-14 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x+5y=11 \\ 3x-y=-9 \end{cases}$$

補充問題
▶ p.220 3

加減法 ③

例題 3 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+2y=4 & \cdots \cdots \text{①} \\ 7x-3y=17 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

考え方

一方の方程式の両辺を整数倍して, 加えたりひいたりしても, どちらの文字も消去できない。このようなときは, 両方の方程式をそれぞれ何倍かするとよい。

解答

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 9x + 6y = 12$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad +) \quad 14x - 6y = 34$$

$$\hline 23x \quad = 46$$

$$x = 2$$

$x = 2$ を①に代入すると、

$$3 \times 2 + 2y = 4$$

$$2y = -2$$

$$y = -1$$

$$A \times 3 = B \times 3$$

$$+) \quad C \times 2 = D \times 2$$

5

答 $x = 2, y = -1$

問 2 前ページの例題3の連立方程式を、
 x を消去することによって解きなさい。

10

たしかめ 3 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 4x + 5y = -6 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 5x - 7y = 2 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x + 7y = -9 \\ -4x + 5y = 12 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 4x + 7y = 12 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases}$$

補充問題
▶ p.220 4

加減法では、どちらかの文字を消去するために、消去したい文字の係数の絶対値を
等しくして解く。

15

チャレンジコーナー

文字を消去するには？

次の連立方程式を工夫して解きましょう。

$$\begin{cases} 28x + 33y = 48 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 27x + 32y = 47 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

20

1 上の連立方程式について、①−②の式を求めましょう。

2 **1** でできた方程式を③として、②と③を組にした
連立方程式を解きましょう。

代入法



加減法とは異なる方法で連立方程式を解くことを考えよう。



5 ガム 5 個とあめ 3 個の代金の合計は 220 円で、あめ 1 個の値段はガム 2 個の値段と同じです。ガム 1 個の値段はいくらでしょうか。また、あめ 1 個の値段はいくらでしょうか。

上の で、ガム 1 個の値段を x 円、あめ 1 個の値段を y 円とすると、代金の関係から、次のような連立方程式をつくることができる。

$$\begin{cases} 5x + 3y = 220 & \cdots \cdots \text{①} \\ y = 2x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

10 上の連立方程式で、1つの文字を消去する方法を考えてみよう。

②より、 y は $2x$ に等しいから、①の y に $2x$ を代入すると、 y は消去されて、 x だけの方程式にすることができる。

$$\begin{array}{l} 5x + 3y = 220 \quad \cdots \cdots \text{①} \\ \quad \quad \downarrow y = 2x \quad \cdots \cdots \text{②} \\ 5x + 3 \times 2x = 220 \end{array}$$

! 注意 数の場合と同じように、文字を式におきかえることも「代入する」という。

15 ②を①に代入すると、 $5x + 3 \times 2x = 220$

$$11x = 220$$

$$x = 20$$

$x = 20$ を②に代入すると、 $y = 2 \times 20$

$$y = 40$$

20 この連立方程式の解は、 $x = 20$ 、 $y = 40$

したがって、ガム 1 個の値段は 20 円、あめ 1 個の値段は 40 円である。

上の連立方程式の解き方では、②を①に代入して y を消去した。

このように、一方の式を他方の式に代入することによって1つの文字を消去して解く方法を だいにゅうほう 代入法 という。

代入法

例題 4

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x = y + 5 & \cdots \cdots \text{①} \\ 2x + y = 7 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

解答

①を②に代入すると、

$$2(y + 5) + y = 7$$

$$3y + 10 = 7$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

 $y = -1$ を①に代入すると、

$$x = -1 + 5$$

$$x = 4$$

$$\begin{array}{l} 2x + y = 7 \quad \cdots \cdots \text{②} \\ \downarrow \\ x = y + 5 \quad \cdots \cdots \text{①} \\ 2(y + 5) + y = 7 \end{array}$$

答 $x = 4, y = -1$

たしかめ 4

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x = -2y \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2y = 21 \\ y = 5x \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = 2y + 5 \\ -4x + 5y = -14 \end{cases}$$

補充問題
▶ p.220 5

15 連立方程式の解き方には加減法と代入法があるが、どちらも1つの文字を消去して解く方法である。式の形に応じて解きやすい方法を使って解くとよい。

問 3

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} -2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + 2y = -1 \\ y = x - 8 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = 3y + 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x + y = 8 \\ 3x = 2y - 7 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 3x + 6y = 5 \\ 5x + 8y = 7 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$$

3 いろいろな連立方程式



かっこをふくむ連立方程式の解き方を考えよう。

かっこをふくむ連立方程式

例題 1 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 7x+3y=1 & \cdots \textcircled{1} \\ -x+6(x-y)=17 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

考え方 ②のようなかっこをふくむ方程式は、かっこをはずして、整理してから解く。

$$\begin{aligned} -x+6x-6y &= 17 \\ 5x-6y &= 17 & \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x+3y &= 1 & \cdots \textcircled{1} \\ -x+6(x-y) &= 17 & \cdots \textcircled{2} \\ \swarrow & \text{かっこをはずして} \\ & \text{整理する} \\ 5x-6y &= 17 & \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

問 1 例題 1 の方程式①と③を組にした連立方程式を解きなさい。

たしかめ 1 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 2x+7y=1 \\ 2x+3(x-y)=23 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2(x+3y)-y=-4 \\ -x+4y=-11 \end{cases}$$

補充問題
▶ p.220 6

かっこをふくむ連立方程式は、かっこをはずして整理してから解くとよい。



係数が整数でない連立方程式の解き方を考えよう。

係数が整数でない連立方程式

例題 2 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x-5y=9 & \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x+\frac{4}{3}y=8 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

考え方 ②のような係数が整数でない方程式は、両辺を何倍かして、分母をはらってから解く。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}x+\frac{4}{3}y\right) \times 6 &= 8 \times 6 \\ 3x+8y &= 48 & \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

問 2 前ページの例題 2 の方程式①と③を組にした連立方程式を解きなさい。

たしかめ 2 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y}{4} = 5 \\ x + 3y = -6 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{5}y = 4 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 0.9x - 0.2y = 1.3 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + 5y = -15 \\ 0.4x + 0.6y = 1 \end{cases}$$

補充問題
▶ p.220 7

5 係数に小数や分数がある方程式は、係数をすべて整数にしてから解くとよい。



2つの等号で結ばれた方程式の解き方を考えよう。

A = B = C の形の方程式

例題 3 方程式 $5x + y = x + 2y = 45$ を解きなさい。

考え方 方程式 $5x + y = x + 2y = 45$ を、

$$\textcircled{ア} \begin{cases} 5x + y = x + 2y \\ x + 2y = 45 \end{cases} \quad \textcircled{イ} \begin{cases} 5x + y = x + 2y \\ 5x + y = 45 \end{cases} \quad \textcircled{ウ} \begin{cases} 5x + y = 45 \\ x + 2y = 45 \end{cases}$$

のいずれかの連立方程式に直して解く。

問 3 例題 3 について、連立方程式⑦～⑨をそれぞれ解きなさい。また、⑦～⑨のどの連立方程式でも、その解が一致することを確かめなさい。

例題 3 のような、 $A = B = C$ の形の方程式は、

$$\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 5x + y = x + 2y = 45 \\ \vdots \\ A = B = C \end{array}$$

の、どの連立方程式にしても解くことができる。

たしかめ 3 方程式 $2x - y = 5x + y = x - 2y - 1$ を解きなさい。

補充問題
▶ p.220 8



基本のたしかめ

〈2元1次方程式の解, 連立方程式の解〉

1

次の(1)~(3)にあてはまるものを, 下の㉗~㉚の中からすべて選びなさい。

(1) 2元1次方程式 $x+5y=3$ の解

(2) 2元1次方程式 $3x-4y=-10$ の解

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x+5y=3 \\ 3x-4y=-10 \end{cases}$ の解

㉗ $x=-6, y=-2$

㉙ $x=8, y=-1$

㉘ $x=-2, y=1$

㉚ $x=2, y=4$

〈連立方程式の解き方〉

2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x+3y=8 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ 6x-7y=12 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ 4x-3y=-10 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x-5y=-2 \\ y=x-5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 4x+7y=5 \\ 2x-y=-11 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x=3y-2 \\ 2x-y=11 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 2x+3y=-7 \\ 5x+4y=0 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} y=5x-7 \\ y=3x+1 \end{cases}$

〈いろいろな連立方程式〉

3

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x-2y=-4 \\ 3(x+y)+2y=-1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{5}y=4 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

〈いろいろな連立方程式〉

4

方程式 $x+2y=2x+5y=1$ を解きなさい。


1 連立方程式の活用



連立方程式を使って、問題を解決する手順を考えよう。



ある中学校の2年生 108 人が班に分かれて、
飲料工場を見学することになりました。5 人の班と
6 人の班で合計 21 班つくるとき、それぞれの班の
数を求めてみましょう。

上の  は、次の ①～④ の手順で解決することができる。

① わかっている数量と求める数量を明らかにして、どの数量を文字で表すかを
決める。

5 人の班を x 班、6 人の班を y 班つくるとする。

② 等しい関係にある数量を見つけて、連立方程式をつくる。

問題にふくまれる数量を、表などを使って
整理すると、

班の数の関係から、 $x + y = 21$

人数の関係から、 $5x + 6y = 108$

これらを組にして、連立方程式 $\begin{cases} x + y = 21 \\ 5x + 6y = 108 \end{cases}$ をつくる。

	5人の班	6人の班	合計
班の数(班)	x	y	21
人数(人)	$5x$	$6y$	108

③ 連立方程式を解く。

② でつくった連立方程式を解くと、 $x = 18$ 、 $y = 3$

④ 連立方程式の解が、問題に適しているかどうかを確認する。

5 人の班が 18 班、6 人の班が 3 班とすると、全体の班の数は 21 班で、全体の人数は 108 人になる。したがって、5 人の班 18 班、6 人の班 3 班は問題に適している。

たしかめ 1 1本50円の鉛筆と1本80円のボールペンを合わせて14本買うと、代金の合計が850円になりました。買った鉛筆とボールペンの本数を、次の手順で求めなさい。

- (1) どの数量を x , y で表すかを決めなさい。
- (2) 等しい関係にある数量を見つけて、連立方程式をつくりなさい。
- (3) (2)でつくった連立方程式を解きなさい。
- (4) (3)で求めた解が問題に適しているかどうかを確かめて、買った鉛筆とボールペンの本数をそれぞれ求めなさい。

補充問題
▶ p.220 9



いろいろな問題を、連立方程式を使って解いてみよう。

10

人数と料金の問題

例題 1 ある博物館の入館料は、大人3人と中学生5人では3000円、大人2人と中学生3人では1900円である。大人1人、中学生1人それぞれの入館料を求めなさい。

15

考え方

問題にふくまれる数量の関係は、次のようになる。

$$(\text{大人3人の入館料}) + (\text{中学生5人の入館料}) = 3000 (\text{円})$$

$$(\text{大人2人の入館料}) + (\text{中学生3人の入館料}) = 1900 (\text{円})$$

解答

大人1人の入館料を x 円、中学生1人の入館料を y 円とすると、

$$\begin{cases} 3x + 5y = 3000 & \cdots \cdots \text{①} \\ 2x + 3y = 1900 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

20

$$\text{①} \times 2 \quad 6x + 10y = 6000$$

$$\text{②} \times 3 \quad -) \quad 6x + 9y = 5700$$

$$y = 300$$

$y = 300$ を①に代入すると、

$$3x + 5 \times 300 = 3000$$

25

$$x = 500$$

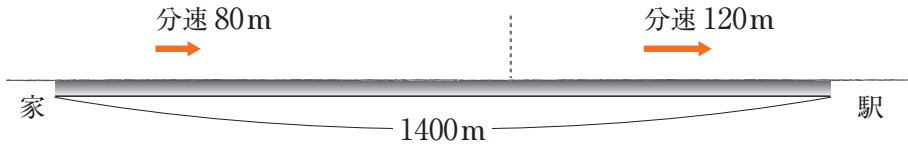
大人1人500円、中学生1人300円は問題に適している。

答 大人1人500円、中学生1人300円

- 問 1** プリン 11 個とケーキ 4 個を買うと、代金の合計は 2120 円、プリン 3 個とケーキ 12 個を買うと、代金の合計は 2760 円です。プリン、ケーキそれぞれ 1 個の値段を求めなさい。

速さの問題

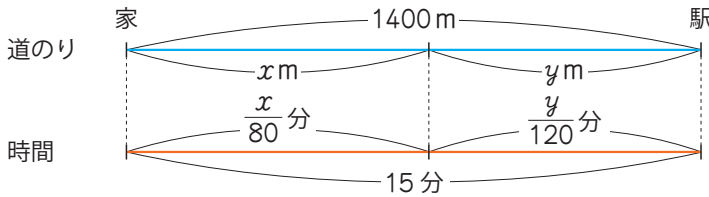
- 5 **例題 2** りえさんは、家から 1400m 離れた駅まで行くのに、はじめは分速 80m で歩き、途中から分速 120m で走ったところ、全体で 15 分かかった。



りえさんの歩いた道のりと、走った道のりをそれぞれ求めなさい。

考え方

りえさんが歩いた道のりを x m、走った道のりを y m として、表などを使って、等しい関係にある数量を見つける。



もどって確認

$$(\text{時間}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$$

	歩く	走る	合計
道のり (m)	x	y	1400
速さ (m/min)	80	120	
時間 (分)	$\frac{x}{80}$	$\frac{y}{120}$	15

! 注意

分は英語で minute と表すので、分速 80m を 80m/min と表す。

道のりの関係、時間の関係から、それぞれ方程式をつくる。

解答

りえさんが歩いた道のりを x m、走った道のりを y m とすると、

$$\begin{cases} x + y = 1400 \\ \frac{x}{80} + \frac{y}{120} = 15 \end{cases}$$

これを解くと、 $x = 800$ 、 $y = 600$

歩いた道のり 800m、走った道のり 600m は問題に適している。

答 歩いた道のり 800m、走った道のり 600m

- 20 **問 2** 例題 2 で、りえさんが歩いた時間を x 分、走った時間を y 分として連立方程式をつくり、問題の答えを求めなさい。

大切にしたい
考え方 → p.202

問 3 A町から、B町を経由してC町まで180kmの道のりを自動車で行くのに、A町からB町までは時速50kmで走り、B町からC町までは高速道路を使って時速80kmで走ると、全体で3時間かかりました。A町からB町までの道のりと、B町からC町までの道のりをそれぞれ求めなさい。

割合の問題

例題 3 ある店では、ハンバーガーとフランクフルトを合わせて200個つくった。

そのうち、ハンバーガーは80%、フランクフルトは90%が売れ、合わせて168個が売れた。

この店では、ハンバーガーとフランクフルトをそれぞれ何個つくったかを求めなさい。

考え方 つくったハンバーガーを x 個、フランクフルトを y 個として、表などを使って、等しい関係にある数量を見つける。

	ハンバーガー	フランクフルト	合計
つくった個数(個)	x	y	200
売れた個数(個)	$x \times \frac{80}{100}$	$y \times \frac{90}{100}$	168

つくった個数の関係、売れた個数の関係から、それぞれ方程式をつくる。

解答 ハンバーガーを x 個、フランクフルトを y 個つくったとすると、

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{80}{100}x + \frac{90}{100}y = 168 \end{cases}$$

これを解くと、 $x = 120$ 、 $y = 80$

ハンバーガー120個、フランクフルト80個は問題に適している。

答 ハンバーガー120個、フランクフルト80個

- 問 4** ある町内会ではリサイクル活動への取り組みとして、スチール缶とアルミ缶を毎週回収しています。先週は、スチール缶とアルミ缶を合わせて40kg回収しました。今週は、先週に比べてスチール缶が10%減り、アルミ缶が20%増えたので、回収量は45kgでした。先週のスチール缶とアルミ缶の回収量をそれぞれ求めなさい。

チャレンジコーナー

どの数量を文字で表すとよいか？

次の問題を考えましょう。

ある中学校の昨年の生徒数は520人でした。今年は、男子が20%増え、女子が10%減ったので、生徒数は540人になりました。今年の男子と女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

昨年の男子の生徒数を x 人、女子の生徒数を y 人として、数量の関係を表に整理すると、下のようになります。

	男子	女子	合計
昨年の生徒数(人)	x	y	520
今年の生徒数(人)	$x \times \frac{\square}{\square}$	$y \times \frac{\square}{\square}$	540

- 1 上の表の□をうめて、表を完成させましょう。また、表から等しい関係にある数量を見つけて、連立方程式をつくりましょう。
- 2 今年の男子の生徒数を x 人、女子の生徒数を y 人として、1と同じような表をつくり、連立方程式をつくりましょう。
- 3 1, 2でつくった連立方程式を解いて、問題の答えを求めましょう。



水に食塩を溶かして、食塩水をつくります。

食塩水の重さが 200 g で、食塩の重さが食塩水の重さの 5% になるようにするとき、何 g の水に何 g の食塩を溶かせばよいでしょうか。

5 上の で、食塩の重さを x g とすると、

$$\frac{x}{200} \times 100 = 5$$

これを解くと、 $x = 10$ となるから、食塩の重さは 10 g、水の重さは 190 g である。

食塩水の濃度(%)は、次の式で求めることができる。

$$(\text{食塩水の濃度}) = \frac{(\text{食塩の重さ})}{(\text{食塩水の重さ})} \times 100$$

$$\begin{aligned} & (\text{食塩水の重さ}) \\ &= (\text{水の重さ}) + (\text{食塩の重さ}) \end{aligned}$$

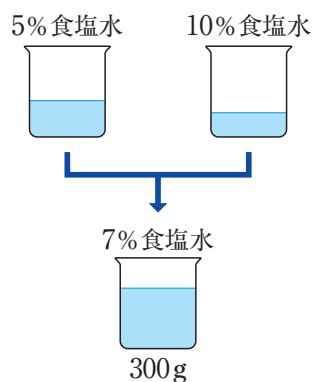
10 つまり、 では、190 g の水に 10 g の食塩を溶かして、濃度が 5% の食塩水を 200 g つくったことになる。

次に、濃度が異なる 2 種類の食塩水を混ぜ合わせた場合について考えてみよう。

食塩水の問題

15 **例題 4** 濃度が 5% と 10% の 2 種類の食塩水を混ぜ合わせて、7% の食塩水を 300 g つくった。それぞれの食塩水を何 g ずつ混ぜ合わせたかを求めなさい。

20 **考え方** 5% の食塩水を x g、10% の食塩水を y g 混ぜ合わせたとして、数量の関係を表に整理すると、下のようになる。



	5% の食塩水	10% の食塩水	7% の食塩水
食塩水の重さ(g)	x	y	300
食塩の割合	$\frac{5}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{7}{100}$
食塩の重さ(g)	$x \times \frac{5}{100}$	$y \times \frac{10}{100}$	$300 \times \frac{7}{100}$

数学メモ

ここでいう「濃度」は、中学校理科で学んだ「質量パーセント濃度」です。その求め方については、中学校理科 1 年で学びました。

解答

5%の食塩水を x g, 10%の食塩水を y g 混ぜ合わせたとすると,

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ \frac{5}{100}x + \frac{10}{100}y = 21 \end{cases}$$

これを解くと, $x = 180$, $y = 120$

5%の食塩水 180g, 10%の食塩水 120g は問題に適している。

答 5%の食塩水 180g, 10%の食塩水 120g

5

たしかめ2

濃度が7%と13%の2種類の食塩水を混ぜ合わせて, 11%の食塩水を150g 作りしました。それぞれの食塩水を何g ずつ混ぜ合わせたかを求めなさい。

補充問題
▶ p.220 10

問5

次の問いに答えなさい。

10

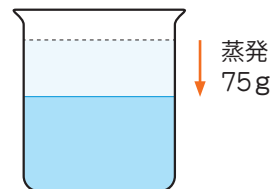
- (1) 10%の食塩水と水を混ぜ合わせて, 4%の食塩水を150g 作りしました。10%の食塩水と水をそれぞれ何g 混ぜ合わせたかを求めなさい。
- (2) 10%の食塩水に食塩を溶かして, 20%の食塩水を450g 作りしました。10%の食塩水何g に, 何g の食塩を加えて溶かしたかを求めなさい。

15

チャレンジコーナー

食塩水を蒸発させたときの濃度

5%の食塩水 200g から, 水を 75g 蒸発させたとき, 食塩水の濃度は何%になるでしょうか。



もとの食塩水の重さ
200g



基本のたしかめ

〈連立方程式の活用〉

1

3枚葉のクローバーと4枚葉のクローバーを合わせて

10本集めました。集めたクローバーの葉の枚数を

数えると、全部で32枚ありました。

3枚葉と4枚葉のそれぞれのクローバーの本数を、

次の手順で求めなさい。

- (1) どの数量を x , y で表すかを決めなさい。
- (2) 等しい関係にある数量を見つけて、連立方程式をつくりなさい。
- (3) (2)でつくった連立方程式を解きなさい。
- (4) (3)で求めた解が問題に適しているかどうかを確かめて、3枚葉と4枚葉のクローバーの本数をそれぞれ求めなさい。



数学ミニ事典

鶴亀算は雉兎算だった！？

「鶴亀算」は、3, 4世紀頃の中国の数学書『孫子算経』に記されていた次のような問題が原型であるといわれています。

雉と兎が同じ籠に入っています。頭の数
は35で、足
の数は94です。
雉と兎は、それぞれどれだけいる
のでしょうか。

日本では、江戸時代の数学書『因
帰算歌』で初めてこの問題が紹介され、この当時はまだ問題に雉と兎が使われていました。

しかし、日本では「鶴は千年、亀は万年」のように、鶴と亀が縁起のよい動物とされていることから、江戸時代後期には、雉と兎が、鶴と亀にかわり、このような問題を「鶴亀算」と呼ぶようになりました。

2章 学習のまとめ

この章で学んだ内容をふり返ってみましょう。

■ 2元1次方程式とその解

● 40 ページ

2つの文字をふくむ1次方程式を2元1次方程式といい、方程式を成り立たせる2つの文字の値の組を、その2元1次方程式の解という。

方程式 $3x+2y=13$ で、

$$x=1, y=\square \quad x=\square, y=2$$

のとき、方程式は成り立つので、どちらも解である。

■ 連立方程式とその解

● 41 ページ

方程式を組にしたものを連立方程式といい、2つの方程式を両方とも成り立たせる文字の値の組を、その連立方程式の解という。

解が $x=-1, y=3$ である連立方程式は、 \square である。

$$\begin{aligned} \textcircled{ア} \begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases} & \quad \textcircled{イ} \begin{cases} 2x+y=1 \\ 5x+3y=4 \end{cases} \\ \textcircled{ウ} \begin{cases} 3x-2y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases} & \quad \textcircled{エ} \begin{cases} 4x-y=-7 \\ x-4y=2 \end{cases} \end{aligned}$$

■ 加減法による解き方

● 42 ページ

$$\begin{cases} 2x+5y=8 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 3x+4y=5 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad \square x + 15y = \square$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad -) \quad \square x + 8y = \square$$

$$7y = \square$$

$$y = \square$$

$y = \square$ を①に代入して整理すると、

$$x = \square$$

答 $x = \square, y = \square$

■ 代入法による解き方

● 46 ページ

$$\begin{cases} y=2x & \dots\dots \textcircled{1} \\ 3x-2y=-2 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$3x-2 \times \square = -2$$

$$x = \square$$

$$x = \square \text{ を①に代入すると、 } y = \square$$

答 $x = \square, y = \square$

■ 連立方程式の活用

● 51 ページ

鉛筆5本と消しゴム3個の代金の合計は620円、鉛筆8本と消しゴム2個の代金の合計は740円であるとき、鉛筆1本と消しゴム1個の値段をそれぞれ求めてみよう。

① わかっている数量と求める数量を明らかにして、どの数量を文字で表すかを決める。

→ 鉛筆1本の値段を x 円、消しゴム1個の値段を y 円とする。

② 等しい関係にある数量を見つけて、連立方程式をつくる。

$$\rightarrow \begin{cases} \square x + \square y = 620 \\ \square x + \square y = 740 \end{cases}$$

③ 連立方程式を解く。

→ 連立方程式を解くと、 $x = \square, y = \square$

④ 連立方程式の解が、問題に適しているかどうかを確かめる。

→ 鉛筆1本の値段 \square 円、消しゴム1個の値段 \square 円は問題に適している。

2章

章の問題

□ 1 50円硬貨^{ごうか}と100円硬貨を何枚か集めて900円になるようにします。50円硬貨を x 枚、100円硬貨を y 枚として、次の問いに答えなさい。

(1) x と y の関係を2元1次方程式で表しなさい。[技]

(2) (1)の2元1次方程式を成り立たせる0以上の整数 x 、 y の値の組をすべて求めなさい。[技]

(3) x 、 y の値の組が1通りになるように、 x 、 y の関係が2元1次方程式で表される条件を1つ答えなさい。また、そのことを連立方程式で表しなさい。[考]

□ 2 次の連立方程式を解きなさい。[技]

(1)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} -3x + y = 9 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 7x + 4y = 1 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 5x + 3y = -2 \\ 3x - 7y = 12 \end{cases}$$

(5)
$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

(6)
$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$$

□ 3 次の連立方程式を解きなさい。[技]

(1)
$$\begin{cases} 5(x + y) - 7y = 2 \\ x - y = -5 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x - 2(3x + y) = -6 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 0.5x - y = 3 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 3x - 7y = -6 \\ \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

□ 4 次の方程式を解きなさい。[技]

$$3x - 2y = 5x - y + 7 = -2x + 4y - 26$$

□ 5★ 連立方程式
$$\begin{cases} ax + by = 11 \\ bx - ay = -2 \end{cases}$$
 の解が $x = 3$ 、 $y = -4$ であるとき、 a 、 b の値を求めなさい。[考]

- **6** 2種類の缶詰^{かんづめ} A, B があります。A を 3 個と B を 4 個買うと、代金の合計は 2000 円、A を 2 個と B を 6 個買うと、代金の合計は 2200 円です。
缶詰 A, B それぞれ 1 個の値段を求めなさい。 **技**
- 5 □ **7** ある品物を速達郵便で発送するには 420 円かかります。30 円切手と 50 円切手を合計 11 枚使って、ちょうどこの郵便料金にすることはできますか。また、合計 10 枚ではどうなりますか。 **考**
- 10 □ **8** 11.2km 離れた森林公園へ行くのに、はじめは自転車に乗って時速 16km で走り、途中から時速 4km で歩いたところ、全体で 1 時間かかりました。自転車で走った道のりと歩いた道のりをそれぞれ求めなさい。 **考**
- **9**^{*} ある町では、5 年前の人口は 12000 人でした。今年は 5 年前と比べて、15 歳未満^{さい}の人口が 9% 増え、15 歳以上の人口が 1% 減り、合計で 60 人増えました。
この町の今年の 15 歳未満の人口と 15 歳以上の人口をそれぞれ求めなさい。 **考**
- 15 □ **10** L 玉のたまご 4 個と S 玉のたまご 9 個の重さをはかると、合計で 731g でした。L 玉と S 玉の重さの比が 4 : 3 であるとき、L 玉、S 玉それぞれ 1 個の重さを求めなさい。
ただし、L 玉、S 玉の中で、重さの差はないものとします。 **考**
- 20 □ **11** 次のような連立方程式を使って解く問題をつくりなさい。 **関考**
$$\begin{cases} 3x + 5y = 1300 \\ 2x + 4y = 1000 \end{cases}$$



8 ページを参考にして、この章の学習をふり返り、ノートにまとめてみましょう。

ジャンプ 3つの文字をふくむ連立方程式

発展

ある文房具店で、ノート、鉛筆、消しゴムが売られています。

代金の合計が、

ノート1冊、鉛筆2本、消しゴム1個を買うと、430円
 ノート2冊、鉛筆3本、消しゴム1個を買うと、680円
 ノート3冊、鉛筆1本、消しゴム2個を買うと、710円

であるとき、ノート1冊、鉛筆1本、消しゴム1個の値段はそれぞれいくらでしょうか。

ノート1冊、鉛筆1本、消しゴム1個の値段をそれぞれ x 円、 y 円、 z 円とすると、次のように3つの文字をふくむ連立方程式をつくることができます。

$$\begin{cases} x+2y+z=430 & \cdots \text{①} \\ 2x+3y+z=680 & \cdots \text{②} \\ 3x+y+2z=710 & \cdots \text{③} \end{cases}$$

3つの文字をふくむ連立方程式の解き方について考えましょう。

加減法を使うと、①と②の方程式から、 z を消去することができます。

$$\begin{array}{r} \text{②} \quad 2x+3y+z=680 \\ \text{①} \quad -) \quad x+2y+z=430 \\ \hline \quad \quad x+y \quad =250 \quad \cdots \text{④} \end{array}$$

1

上と同じようにして、①と③の方程式から、 z を消去しましょう。

2

④の方程式と1でつくった方程式を組にした連立方程式を解き、ノート1冊、鉛筆1本、消しゴム1個の値段をそれぞれ求めましょう。

練習問題

▶ 1年 正の数, 負の数

1 次の計算をしなさい。

(1) $4 - (-9)$

(2) $7 - 12 - (-3) + 2$

(3) $11 \times (-6)$

(4) $(-7) \times (-3) \times (-2)$

(5) $(-3)^2 \times (-8)$

(6) $-15 \div (-5)$

(7) $(-18) \div 3 \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

(8) $3 - (-2) \times 6$

(9) $7 + 4 \times 6 \div (-3)$

(10) $-2^3 \times 5 - (-12)$

(11) $\left(\frac{1}{7} - \frac{8}{3}\right) \times 21$

▶ 1年 文字と式

2 次の計算をしなさい。

(1) $(-3a) \times 5$

(2) $56x \times (-7)$

(3) $24a \div (-3)$

(4) $2(7x - 9)$

(5) $(-12y + 9) \div 3$

(6) $(18x - 6) \div (-6)$

(7) $5a - 4 - 2a + 1$

(8) $(-4x + 3) + (2x - 1)$

(9) $(6a - 7) - (3a - 5)$

(10) $2(8x + 3) - 4(3x - 1)$

▶ 1年 方程式

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $3x + 2 = -7$

(2) $2x = 5x - 12$

(3) $4x + 1 = -2x + 13$

(4) $-5x + 2 = 3x - 46$

(5) $3 - 4x = 7x - 18$

(6) $8x - 2 = 3(x + 6)$

(7) $0.8x - 1.5 = 0.5x$

(8) $5x - \frac{1}{3} = 7x + \frac{1}{2}$

(9) $\frac{3x - 2}{5} = \frac{x}{2}$

▶ 式の計算

4 次の計算をしなさい。

(1) $9x + 2y - 5x + y$

(2) $(3x - 4y) + (-4x + 5y)$

(3) $(3a - 4b + 3) + (7 - a - 3b)$

(4) $(3x - 5y) - (2x - y)$

(5) $(5a^2 + a - 2) - (3a^2 - 6a - 1)$

(6) $2(5x - 9y)$

(7) $\left(\frac{a}{3} - \frac{2}{7}b\right) \times (-21)$

(9) $5(a+4b) - 3(b-2a)$

(11) $(-36a+18b) \div 12$

(13) $7x \times 4y$

(15) $20x \times \left(-\frac{y}{8}\right)$

(17) $5x^2 \times (-2x)$

(19) $20xy \div 5x$

(21) $-10a^2b \div 2ab$

(23) $4ab^2 \div \left(-\frac{8}{3}b\right)$

(25) $28ab^2 \div (-2b) \div 7a$

(8) $3(2x-y) + 2(-x+5y)$

(10) $(10x-15y) \div 5$

(12) $\frac{6x-4y}{5} - \frac{2x-y}{3}$

(14) $(-5a) \times 3b$

(16) $(-6a) \times 4a$

(18) $(-7a^2) \times (-2a)^2$

(20) $(-9a^3) \div (-3a)$

(22) $(-6xy) \div \frac{2}{9}y$

(24) $6xy^2 \div 4xy \times (-2x)$

▶ 連立方程式

5 次の連立方程式を解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} x-2y=-7 \\ x+3y=3 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 4x+5y=-3 \\ 2x-y=-19 \end{cases}$$

(5)
$$\begin{cases} 7x+4y=13 \\ 2x-5y=16 \end{cases}$$

(7)
$$\begin{cases} 2x+5y=15 \\ 7x+3y=9 \end{cases}$$

(9)
$$\begin{cases} y=3x+6 \\ 2x+5y=13 \end{cases}$$

(11)
$$\begin{cases} y=2x-6 \\ y=-x+9 \end{cases}$$

(13)
$$\begin{cases} 7x+2y=3 \\ 0.5x-0.3y=-2 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x+y=5 \\ 7x+3y=11 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 4x+3y=7 \\ 3x+7y=-9 \end{cases}$$

(6)
$$\begin{cases} 5x+2y=5 \\ -7x+5y=6 \end{cases}$$

(8)
$$\begin{cases} x=3y \\ x-y=6 \end{cases}$$

(10)
$$\begin{cases} 3x-2y=0 \\ x=2y-3 \end{cases}$$

(12)
$$\begin{cases} 2(3x-y)+y=1 \\ 3x+y=2 \end{cases}$$

(14)
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}y = 2 \\ 3x+5y=1 \end{cases}$$

6 次の方程式を解きなさい。

(1) $9x+5y=-7x-3y=8$

(2) $4x-5y=-2x+10y=3x-6y+7$