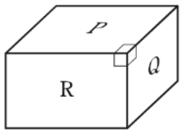
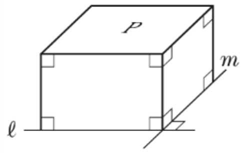
章の問題

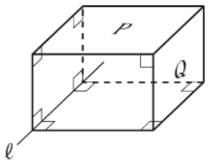
1　いつでも正しいもの … ㋑，㋓
いつでも正しいとは限らないもの
㋐　(例)　P⊥Q，Q⊥R のとき P⊥R



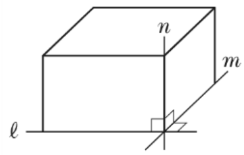
㋒　(例)　$\ell \perp m$，P⊥ℓ のとき P//m



㋔　(例)　P//ℓ，Q//ℓ のとき P⊥Q



㋕　(例)　$\ell \perp m$，$m \perp n$ のとき $\ell \perp n$



解説

㋐で，P⊥Q，Q⊥R のとき P//R になる場合もあるが，上の例のように，P//R にならない場合がある。㋒，㋔，㋕についても同様である。

2　△ABD，△ABC，△ACD，△ABE，△ABF，
△AEF，△ADE，△AEH，△ADH，△ACE，
△AEG，△ACG，△ADF，△ADG，△AFG，
△ABH，△ABG，△AGH

解説

AE⊥AB，AE⊥AD だから，AE⊥面 ABCD である。したがって，AE⊥AC だから，△ACE は ∠EAC＝90° の直角三角形である。

△AEG，△ACG，△ADF，△ADG，△AFG，△ABH，△ABG，△AGH についても，同じように直角三角形であるといえる。

3　左の立体は，点 P を頂点，正方形 EFGH を底面とする正四角錐である。したがって，その体積は，

$$\frac{1}{3}\times(6\times6\div2)\times8=48\ (\mathrm{cm}^3)$$

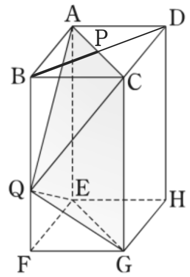
右の立体は，点 Q を頂点，長方形 AEGC を底面とする四角錐である。したがって，その体積は，

$$\frac{1}{3}\times(6\times8)\times(6\div2)=48\ (\mathrm{cm}^3)$$

答　四角錐 P－EFGH … 48 cm^3
四角錐 Q－AEGC … 48 cm^3

解説

右の立体について，
BF//面 AEGC，BD⊥面 AEGC だから，四角錐の高さは，右の図の線分 BP と考えることができる。



4　回転させてできる立体は，半径が 3 cm の半球と半径が 6cm の半球をくっつけた立体になる。
したがって，その体積は，

$$\frac{4}{3}\times\pi\times3^3\times\frac{1}{2}+\frac{4}{3}\times\pi\times6^3\times\frac{1}{2}$$
$$=162\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

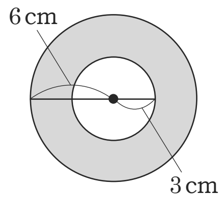
また，その表面積は，

$$4\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+4\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+(\pi\times6^2-\pi\times3^2)$$
$$=117\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

答　体積 … $162\pi\ \mathrm{cm}^3$，表面積 … $117\pi\ \mathrm{cm}^2$

解説

回転させてできる立体を真上から見ると，右の図のようになる。回転させてできる立体の表面積は，２つの半球の曲面の部分の表面積に，右の図の　の部分を加えたものになる。



5(1)　１周してもとの場所にもどるまでにちょうど 3 回転したから，太線で示した円の周の長さは，円錐の底面の円の周の長さの 3 倍である。
また，円錐の母線の長さは，太線で示した円の半径に等しいから，円錐の母線の長さを R cm とすると，

$$2\pi\times R=(2\pi\times4)\times3$$
$$R=12$$

答　12 cm

(2)　円錐の側面の表面積は，太線で示した円の面積の $\frac{1}{3}$ だから，

$$(\text{側面の表面積})=\pi\times12^2\times\frac{1}{3}$$
$$=48\pi$$

また，

$$(\text{底面の表面積})=\pi\times4^2$$
$$=16\pi$$

したがって，円錐の表面積は，

$$48\pi+16\pi=64\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

答　$64\pi\ \mathrm{cm}^2$

6(1)　いえる。
［理由］(例)
正方形より，

$\angle AOM = \angle ABM = 90°$ …… ①
$\angle AON = \angle ADN = 90°$ …… ②

①，②より，$AO \perp OM$，$AO \perp ON$ だから，
辺 AO は面 OMN に垂直である。

⑵　立体は底面が△OMN，高さが線分 AO の三角錐とみることができるから，

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 12 = 72\ (\mathrm{cm}^3)$$

答　72 cm^3

⑶　△AMN の面積は，図 1 で，正方形 ABCD の面積から，△ABM，△AND，△NMC の面積をひいたものだから，

$$\triangle AMN = 12^2 - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 12 + \frac{1}{2} \times 12 \times 6 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6\right)$$
$$= 54$$

したがって，△AMN を底面としたときの高さを h cm とすると，⑵から，

$$\frac{1}{3} \times 54 \times h = 72$$
$$h = 4$$

答　4 cm