章の問題

1 (1)　BD＝DC より，△DBC は二等辺三角形だから，

$\angle DBC = \angle DCB$
$= 30°$

三角形の内角と外角の関係から，

$\angle ADB = \angle DBC + \angle DCB$
$= 30° + 30°$
$= 60°$　　…… ①

また，AB＝BD より，△BDA は二等辺三角形であるが，①より，△BDA は正三角形でもある。

したがって，$\angle x = 60°$

答　$\angle x = 60°$

(2)　AB＝BD より，△BDA は二等辺三角形だから，

$\angle BAD = \angle BDA$
$= 75°$

三角形の内角の和は 180°だから，

$\angle ABD = 180° - (\angle BAD + \angle BDA)$
$= 180° - (75° + 75°)$
$= 30°$

AB＝BC＝CA より，△ABC は正三角形だから，

$\angle ABC = 60°$

したがって，

$\angle x = \angle ABC - \angle ABD$
$= 60° - 30°$
$= 30°$

答　$\angle x = 30°$

(3)　AB // DC，AD // BC より，四角形 ABCD は平行四辺形だから，

$\angle ABC = \angle ADC$
$= 65°$

したがって，三角形の内角の和は 180°だから，

$\angle x = 180° - (\angle ABC + \angle AEB)$
$= 180° - (65° + 30°)$
$= 85°$

答　$\angle x = 85°$

(4)　AB＝EB より，△BEA は二等辺三角形だから，

$\angle EAB = \angle AEB$
$= \angle x$　　…… ①

AB // DC，AD // BC より，四角形 ABCD は平行四辺形だから，

$\angle ABC = \angle ADC = 110°$
$\angle DCB = \angle DAB$　　…… ②

①，②から，

$\angle DCB = \angle DAB = \angle x$

したがって，四角形の内角の和は 360°だから，

$\angle x + 110° + \angle x + 110° = 360°$
$2\angle x = 140°$
$\angle x = 70°$

答　$\angle x = 70°$

解説

(2)　次のように，∠x の大きさを求める方法もある。

AB＝BD より，△BDA は二等辺三角形だから，

$\angle BAD = \angle BDA$
$= 75°$

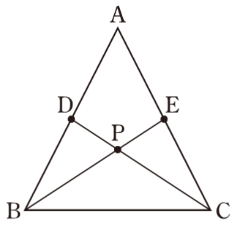
AB＝BC＝CA より，△ABC は正三角形だから，

$\angle BAC = \angle ACB = 60°$

したがって，三角形の内角と外角の関係から，

$\angle x + \angle ACB = \angle DAC + \angle BDA$
$\angle x + 60° = (75° - 60°) + 75°$
$\angle x = 30°$

2 (1)



(2)　△BEC と△CDB で，

仮定から，

EC＝DB　　…… ①

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから，

$\angle ECB = \angle DBC$　　…… ②

共通な辺だから，

BC＝CB　　…… ③

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△BEC≡△CDB

したがって，

BE＝CD

(3)　(2)より，△BEC≡△CDB だから，

$\angle EBC = \angle DCB$

２つの角が等しいから，二等辺三角形になるための条件より，△PBC は二等辺三角形である。

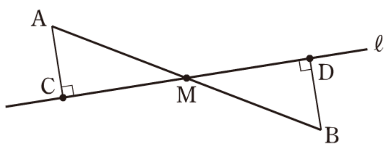
3 (1)　合同である。

［根拠］　三角形の合同条件
（２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい２つの三角形は合同である。）

(2)　合同である。

［根拠］　直角三角形の合同条件
（斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。）

4 (1)　（例）



(2)　△ACM と△BDM で，

仮定から，

AM＝BM　　…… ①
$\angle ACM = \angle BDM = 90°$　　…… ②

対頂角は等しいから，

$\angle AMC = \angle BMD$　　…… ③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△ACM≡△BDM

したがって,

AC＝BD

(3)（例） 四角形 ACBD は平行四辺形である。

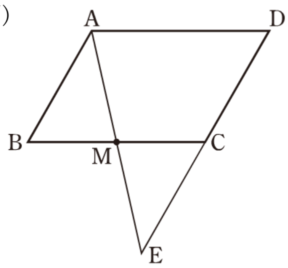
解説

(3) ほかにも，次のようなことがらが考えられる。

・∠MAC＝∠MBD である。

・△AMD≡△BMC である。

5 (1)（例）



(2) 四角形 ABEC は平行四辺形である。

［証明］

△ABM と△ECM で，

仮定から，

BM＝CM …… ①

対頂角は等しいから，

∠AMB＝∠EMC …… ②

平行線の錯角は等しいので，AB∥CE から，

∠ABM＝∠ECM …… ③

①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABM≡△ECM

したがって，

AM＝EM …… ④

①，④より，２つの対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形 ABEC は平行四辺形である。

(3)（例） DC＝CE を証明しなさい。

解説

(3) ほかにも，次のような問題が考えられる。

・AB＝CE を証明しなさい。

・△AMC≡△EMB を証明しなさい。

・AC＝BE を証明しなさい。

6 △ACE と△DCB で，

仮定から，

AC＝DC …… ①

CE＝CB …… ②

△ACD と△CBE は正三角形だから，

∠ACE＝180°－60°

＝120°

∠DCB＝180°－60°

＝120°

よって，

∠ACE＝∠DCB …… ③

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ACE≡△DCB

したがって，

AE＝DB

7 平行四辺形 ABCD はひし形である。

［証明］

仮定から，

∠BAC＝∠DAC …… ①

平行線の錯角は等しいので，AB∥DC，AD∥BC から，

∠DCA＝∠BAC …… ②

∠BCA＝∠DAC …… ③

①，②，③から，

∠BAC＝∠BCA＝∠DAC＝∠DCA

したがって，△ABC は

AB＝BC …… ④

の二等辺三角形で，△ADC は

CD＝DA …… ⑤

の二等辺三角形である。

四角形 ABCD は平行四辺形だから，④，⑤より，

AB＝BC＝CD＝DA

したがって，４つの辺が等しいから，四角形 ABCD はひし形である。

解説

下の図のように，▱ABCD の∠A の二等分線と対角線 AC が一致するように，頂点 C と D の位置を動かしていくと，▱ABCD の形はひし形に近づいていく。