章の問題

1 (1)　$3x(2x+5y)$
$=3x\times2x+3x\times5y$
$=6x^2+15xy$

(2)　$(3a-7b)\times(-4b)$
$=3a\times(-4b)-7b\times(-4b)$
$=-12ab+28b^2$

(3)　$(3a^2-9a)\div(-3a)$
$=(3a^2-9a)\times\left(-\dfrac{1}{3a}\right)$
$=3a^2\times\left(-\dfrac{1}{3a}\right)-9a\times\left(-\dfrac{1}{3a}\right)$
$=-a+3$

(4)　$(8x^2-3xy)\div\dfrac{4}{3}x$
$=(8x^2-3xy)\times\dfrac{3}{4x}$
$=8x^2\times\dfrac{3}{4x}-3xy\times\dfrac{3}{4x}$
$=6x-\dfrac{9}{4}y$

解説

(3) 次のように計算してもよい。
$(3a^2-9a)\div(-3a)$
$=-\dfrac{3a^2-9a}{3a}$
$=-\dfrac{3a^2}{3a}+\dfrac{9a}{3a}$
$=-a+3$

2 (1)　$(a+4)(b-3)$
$=ab-3a+4b-12$

(2)　$(x-2y)(3x+4y)$
$=3x^2+4xy-6xy-8y^2$
$=3x^2-2xy-8y^2$

(3)　$(x-6)(x+4)$
$=x^2+(-6+4)x+(-6)\times4$
$=x^2-2x-24$

(4)　$(a-2)(a-10)$
$=a^2+(-2-10)a+(-2)\times(-10)$
$=a^2-12a+20$

(5)　$(x+5)^2$
$=x^2+2\times5\times x+5^2$
$=x^2+10x+25$

(6)　$(x-8)^2$
$=x^2-2\times8\times x+8^2$
$=x^2-16x+64$

(7)　$\left(x+\dfrac{2}{5}\right)\left(x+\dfrac{3}{5}\right)$
$=x^2+\left(\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\right)x+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}$
$=x^2+x+\dfrac{6}{25}$

(8)　$\left(x+\dfrac{1}{4}\right)^2$
$=x^2+2\times\dfrac{1}{4}x+\left(\dfrac{1}{4}\right)^2$
$=x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{16}$

(9)　$(x+9)(x-9)$
$=x^2-9^2$
$=x^2-81$

(10)　$(y+3)(3-y)$
$=(3+y)(3-y)$
$=3^2-y^2$
$=9-y^2$

(11)　$(3x+5)(3x-4)$
$=(3x)^2+(5-4)\times3x+5\times(-4)$
$=9x^2+3x-20$

(12)　$(x+2y+2)(x+2y-2)$
$=\{(x+2y)+2\}\{(x+2y)-2\}$
$=(x+2y)^2-2^2$
$=x^2+2\times2y\times x+(2y)^2-4$
$=x^2+4xy+4y^2-4$

解説

(10) 次のように計算してもよい。
$(y+3)(3-y)$
$=-(y+3)(y-3)$
$=-(y^2-3^2)$
$=-y^2+9$

(11) $X=3x$ のように，1つの文字におきかえて展開してもよい。その際に，X を $3x$ に戻すことを忘れないようにする。

(12) $X=x+2y$ のように，1つの文字におきかえて展開してもよい。その際に，X を $x+2y$ に戻すことを忘れないようにする。

3 (1)　$4(x-6)-(x+5)(x-5)$
$=4x-24-(x^2-25)$
$=4x-24-x^2+25$
$=-x^2+4x+1$

(2)　$2(a+5)(a-2)-(a-3)^2$
$=2(a^2+3a-10)-(a^2-6a+9)$
$=2a^2+6a-20-a^2+6a-9$
$=a^2+12a-29$

4 (1)　$7ax+21bx$
$=7x\times a+7x\times3b$
$=7x(a+3b)$

(2)　$8x-2xy-6x^2$
$=2x\times4-2x\times y-2x\times3x$
$=2x(4-y-3x)$

(3)　$x^2-2x-35$
$=(x-7)(x+5)$

(4)　x^2-6x+5
$=(x-1)(x-5)$

(5)　$x^2+3x-54$
$=(x+9)(x-6)$

(6)　$y^2+9y+14$
$=(y+2)(y+7)$

(7)　$x^2-18x+81$
$=x^2-2\times9\times x+9^2$
$=(x-9)^2$

(8)　a^2-16
$=a^2-4^2$
$=(a+4)(a-4)$

(9)　$x^2+3x+\frac{9}{4}$
$=x^2+2\times\frac{3}{2}\times x+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

(10)　$x^2-\frac{1}{25}$
$=x^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2$
$=\left(x+\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)$

5 (1)　$4x^2+12x-40$
$=4(x^2+3x-10)$
$=4(x+5)(x-2)$

(2)　$9a^2+36a+36$
$=9(a^2+4a+4)$
$=9(a+2)^2$

(3)　$(x-1)y-x+1$
$=(x-1)y-(x-1)$
$=(x-1)(y-1)$

(4)　$1-64x^2$
$=1-(8x)^2$
$=(1+8x)(1-8x)$

(5)　$ab+5a-2b-10$
$=a(b+5)-2(b+5)$
$=(a-2)(b+5)$

(6)　$(x-3)^2-6(x-3)+8$
$=\{(x-3)-2\}\{(x-3)-4\}$
$=(x-5)(x-7)$

解説

(6)　次のように，$(x-3)^2$，$-6(x-3)$ をそれぞれ展開して整理してから，因数分解してもよい。

$(x-3)^2-6(x-3)+8$
$=x^2-6x+9-6x+18+8$
$=x^2-12x+35$
$=(x-5)(x-7)$

6 (1)　$53\times47=(50+3)\times(50-3)$
$=50^2-3^2$
$=2500-9$
$=2491$

(2)　$151^2-149^2=(151+149)\times(151-149)$
$=300\times2$
$=600$

解説

(1)　乗法の公式 $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ を利用して計算する。

(2)　因数分解の公式 $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$ を利用して計算する。

7　$2\times5=10$ だから，少なくとも 2 と 5 が素因数になる自然数は，10 の倍数である。

答　(例)　10，20

8　28 を素因数分解すると，

$28=2^2\times7$

となるから，n を自然数とするとき，28 に $7\times n^2$ をかけると，自然数の 2 乗になる。したがって，$n=1$ のときの自然数，つまり，7 が最も小さい自然数になる。

答　7

9 (1)　2 つの奇数の積は奇数になる。

(2)　m，n を整数とすると，2 つの奇数は $2m+1$，$2n+1$ と表すことができる。その積は，

$(2m+1)(2n+1)$
$=4mn+2m+2n+1$
$=2(2mn+m+n)+1$

$2mn+m+n$ は整数だから，2 つの奇数の積は奇数になる。

解説

(2)　奇数になることを示すために，$2\times$(整数)$+1$ の形になるように式を変形する。

10　連続する 2 つの整数のうち，小さいほうの整数を n とすると，大きいほうの整数は $n+1$ と表すことができる。したがって，

$(n+1)^2-n^2$
$=n^2+2n+1-n^2$
$=2n+1$
$=n+(n+1)$

n，$n+1$ は連続する 2 つの整数を表しているから，連続する 2 つの整数で，大きいほうの数の 2 乗から小さいほうの数の 2 乗をひいた差は，はじめの 2 つの整数の和に等しくなる。

解説

因数分解の公式を利用して，次のように式を変形してもよい。

$(n+1)^2-n^2$
$=\{(n+1)+n\}\{(n+1)-n\}$
$=(2n+1)\times1$
$=2n+1$
$=n+(n+1)$