章の問題

1　㋐～㋓の方程式にそれぞれ $x=2$ を代入すると，

㋐　(左辺)$=2^2+2\times2=8$，　(右辺)$=0$

㋑　(左辺)$=2^2-7\times2+10=0$，　(右辺)$=0$

㋒　(左辺)$=(2+1)\times(2-2)=0$，　(右辺)$=0$

㋓　(左辺)$=(2+2)^2=16$，　(右辺)$=0$

したがって，解の１つが２であるものは㋑と㋒である。

答　㋑，㋒

2 (1)　$x^2+x-42=0$

左辺を因数分解すると，

$(x+7)(x-6)=0$

$x=-7$，$x=6$

(2)　$x^2+7x-30=0$

左辺を因数分解すると，

$(x+10)(x-3)=0$

$x=-10$，$x=3$

(3)　$x^2+16x+64=0$

左辺を因数分解すると，

$(x+8)^2=0$

$x=-8$

(4)　$x^2-25=0$

左辺を因数分解すると，

$(x+5)(x-5)=0$

$x=-5$，$x=5$

$x=\pm5$

(5)　$x^2=12x$

$12x$ を移項すると，

$x^2-12x=0$

左辺を因数分解すると，

$x(x-12)=0$

$x=0$，$x=12$

(6)　$2x^2-12=0$

-12 を移項すると，

$2x^2=12$

両辺を２でわると，

$x^2=6$

$x=\pm\sqrt{6}$

(7)　$2x^2-4x-5=0$

解の公式から，

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{56}}{4}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{14}}{4}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{14}}{2}$$

(8)　$5x^2+7x+2=0$

解の公式から，

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times5\times2}}{2\times5}$$

$$=\frac{-7\pm\sqrt{9}}{10}$$

$$=\frac{-7\pm3}{10}$$

$x=-\dfrac{2}{5}$，$x=-1$

(9)　$4x^2-12x-16=0$

両辺を４でわると，

$x^2-3x-4=0$

左辺を因数分解すると，

$(x-4)(x+1)=0$

$x=4$，$x=-1$

(10)　$(x-1)(x+3)=12$

左辺を展開すると，

$x^2+2x-3=12$

移項して整理すると，

$x^2+2x-15=0$

左辺を因数分解すると，

$(x+5)(x-3)=0$

$x=-5$，$x=3$

解説

(4)　次のように，平方根の考えを使って解く方法もある。

$x^2-25=0$

$x^2=25$

$x=\pm5$

(8)　$x=\dfrac{-7\pm3}{10}$ については，２つの解はともに有理数だから，次のように「±」を「＋」の場合と「－」の場合に分け，それぞれ計算した結果を書く。

・$x=\dfrac{-7+3}{10}$

$=\dfrac{-4}{10}$

$=-\dfrac{2}{5}$

・$x=\dfrac{-7-3}{10}$

$=\dfrac{-10}{10}$

$=-1$

3 (1)　$x^2-ax+3a=0$ に $x=2$ を代入すると，

$2^2-a\times2+3a=0$

$a=-4$

答　$a=-4$

(2)　(1)から，２次方程式は $x^2+4x-12=0$ と表すことができる。これを解くと，

$x^2+4x-12=0$

$(x-2)(x+6)=0$

$x=2$，$x=-6$

したがって，もう１つの解は $x=-6$ である。

答　$x=-6$

4　(例)　$x^2-x-6=0$

解説

ほかにも $2x^2-2x-12=0$，$3x^2-3x-18=0$，$(x-3)(x+2)=0$，$2(x-3)(x+2)=0$ などが考えられる。

5⑴　残った部分は長方形で，縦の長さは$(30-2x)$ cm，横の長さは$(40-2x)$ cm と表すことができる。

また，もとの長方形の紙の面積は 1200 cm^2 で，切り取った部分と残った部分の面積が等しいから，残った部分の面積は 600cm^2 となる。

したがって，

$$(30-2x)(40-2x)=600$$

答　$(30-2x)(40-2x)=600$

⑵

$$(30-2x)(40-2x)=600$$
$$(2x-30)(2x-40)=600$$

左辺を展開すると，

$$(2x)^2-70\times 2x+1200=600$$
$$4x^2-140x+600=0$$

両辺を 4 でわると，

$$x^2-35x+150=0$$

左辺を因数分解すると，

$$(x-30)(x-5)=0$$
$$x=30,\ x=5$$

$0<x<15$ だから，30cm は問題に適していない。

5cm は問題に適している。

答　5cm

6⑴　真ん中の数を x とすると，最も小さい数は $x-1$，最も大きい数は $x+1$ と表すことができる。

したがって，

$$(x-1)(x+1)-9=(x-1)+x+(x+1)$$
$$x^2-1-9=3x$$
$$x^2-3x-10=0$$
$$(x-5)(x+2)=0$$
$$x=5,\ x=-2$$

$x=5$ のとき，連続する 3 つの数は 4，5，6

これらは問題に適している。

x は自然数だから，$x=-2$ は問題に適していない。

答　4，5，6

⑵　[問題]　(例)

連続する 3 つの自然数があります。真ん中の数の 2 乗は，最も小さい数と最も大きい数の和の 4 倍に等しくなります。このとき，連続する 3 つの自然数を求めなさい。

[答]　7，8，9

解説

⑵　2 次方程式 $(x+1)^2=4\{x+(x+2)\}$ は，次のように解くことができる。

$$(x+1)^2=4\{x+(x+2)\}$$
$$x^2+2x+1=4(2x+2)$$
$$x^2+2x+1=8x+8$$
$$x^2-6x-7=0$$
$$(x-7)(x+1)=0$$
$$x=7,\ x=-1$$

7⑴　点 P が A を出発してから x 秒後の AP, PB の長さは，それぞれ AP$=x$cm, PB$=(12-x)$cm と表すことができる。

したがって，

$$x^2+(12-x)^2=80$$
$$2x^2-24x+144=80$$
$$2x^2-24x+64=0$$
$$x^2-12x+32=0$$
$$(x-4)(x-8)=0$$
$$x=4,\ x=8$$

$0\leqq x\leqq 12$ だから，4 秒後，8 秒後はともに問題に適している。

答　4 秒後，8 秒後

⑵　⑴と同様に考えて，方程式をつくると，

$$x^2+(12-x)^2=112$$
$$2x^2-24x+144=112$$
$$2x^2-24x+32=0$$
$$x^2-12x+16=0$$
$$x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times1\times16}}{2\times1}$$
$$=\frac{12\pm\sqrt{80}}{2}$$
$$=6\pm2\sqrt{5}$$

$0\leqq x\leqq 12$ だから，$(6-2\sqrt{5})$秒後，$(6+2\sqrt{5})$秒後はともに問題に適している。

答　$(6-2\sqrt{5})$秒後，$(6+2\sqrt{5})$秒後

解説

⑵　$\sqrt{5}\fallingdotseq 2.236$ だから，

$$0<6-2\sqrt{5}<6+2\sqrt{5}<12$$

という大小関係にある。

8⑴　点 P は直線 ℓ 上にあるから，$x=a$ を $y=x+3$ に代入すると，

$$y=a+3$$

したがって，点 P の y 座標は $a+3$ である。

答　$(a,\ a+3)$

⑵　△PAQ の面積が 20cm^2 だから，

$$\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times \mathrm{OQ}=20$$
$$\frac{1}{2}\times(a+3)\times a=20$$
$$a^2+3a-40=0$$
$$(a+8)(a-5)=0$$
$$a=-8,\ a=5$$

$a>0$ だから，$a=-8$ は問題に適していないが，$a=5$ は問題に適している。このとき，点 P の y 座標は，

$$5+3=8$$

答　(5，8)