

章の問題

1 ㉗と㉘は変化の割合が一定だから、 y は x の2乗に比例していない。

㉙は、 y の値がいつでも x^2 の値の3倍になっているから、 y は x の2乗に比例している。また、このとき、 $y=3x^2$ と表すことができる。

答 ㉗、 $y=3x^2$

2① 関数の式を $y=ax^2$ と表す。グラフは点(1, 1)を通るから、これらに関数の式に代入すると、

$$1=a \times 1^2$$

$$a=1$$

したがって、 $y=x^2$

答 $y=x^2$

② 関数の式を $y=ax^2$ と表す。グラフは点(2, 1)を通るから、これらに関数の式に代入すると、

$$1=a \times 2^2$$

$$a=\frac{1}{4}$$

したがって、 $y=\frac{1}{4}x^2$

答 $y=\frac{1}{4}x^2$

③ 関数の式を $y=ax^2$ と表す。グラフは点(2, -2)を通るから、これらに関数の式に代入すると、

$$-2=a \times 2^2$$

$$a=-\frac{1}{2}$$

したがって、 $y=-\frac{1}{2}x^2$

答 $y=-\frac{1}{2}x^2$

3(1) ㉗, ㉙, ㉚

(2) ㉙, ㉚

(3) ㉚, ㉗

(4) ㉗, ㉙, ㉚

解説

(1) ㉗のグラフは放物線、㉘のグラフは直線、㉙のグラフは双曲線、㉚のグラフは放物線、㉛のグラフは直線、㉜のグラフは直線になる。したがって、グラフが曲線になるのは、㉗, ㉙, ㉚である。

(2) 比例、反比例のグラフは原点について対称である。

(3) ㉗は、 $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は減少し、 $x > 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は増加する。

㉘は、 x の値が増加すると y の値はつねに減少する。

㉙は、 $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は減少し、 $x > 0$ のときも、 x の値が増加すると y の値は減少する。

㉚は、 $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は増加し、 $x > 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は減少する。

㉛は、 x の値が増加すると y の値はつねに減少する。

㉜は、 x の値が増加すると y の値はつねに増加する。

(4) 1次関数(比例の関係も含む)の変化の割合は一定である。

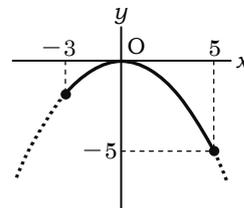
4 y の変域が $-5 \leq y \leq 0$ だから、 $a < 0$ である。

したがって、グラフは右の図ようになるから、グラフは点(5, -5)を通ることがわかる。これを $y=ax^2$ に代入すると、

$$-5=a \times 5^2$$

$$a=-\frac{1}{5}$$

答 $a=-\frac{1}{5}$



解説

まず、 y の変域から、 a の値が正か、負かを判断し、次に、グラフの概形をかいて、グラフが通る点の座標を考える。

5(1) $CP=2x$ cm, $CQ=x$ cm と表すことができるから、

$$y=\frac{1}{2}CP \times CQ$$

$$=\frac{1}{2} \times 2x \times x$$

$$=x^2$$

答 $y=x^2$

(2) (1)で求めた式に $y=16$ を代入すると、

$$16=x^2$$

$$x=\pm 4$$

$x > 0$ だから、 $x=4$

答 4秒後

6(1) 点Aは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点だから、

$x=-2$ を関数の式に代入すると、

$$y=\frac{1}{4} \times (-2)^2$$

$$=1$$

よって、点Aの座標は(-2, 1)

点Bも関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点だから、

$x=4$ を関数の式に代入すると、

$$y=\frac{1}{4} \times 4^2$$

$$=4$$

よって、点Bの座標は(4, 4)

したがって、2点A, Bを通る直線の傾きは、

$$\frac{4-1}{4-(-2)}=\frac{1}{2}$$

だから、2点A, Bを通る直線の式は $y=\frac{1}{2}x+b$ と表すことができる。

この式に点 A の座標を代入すると,

$$1 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$$

$$b = 2$$

したがって, 2 点 A, B を通る直線の式は,

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

答 $y = \frac{1}{2}x + 2$

(2) (1)で求めた式より, 点 C の y 座標は 2 だから,

$$\begin{aligned} \triangle AOB &= \triangle AOC + \triangle BOC \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

答 6 cm^2

(3) 点 P の x 座標を p とすると,

$$\begin{aligned} \triangle COP &= \frac{1}{2} \times 2 \times p \\ &= p \end{aligned}$$

よって, (2)から,

$$\triangle COP = \triangle AOB \times \frac{1}{2}$$

$$p = 6 \times \frac{1}{2}$$

$$p = 3$$

したがって, 点 P の y 座標は,

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times 3^2 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

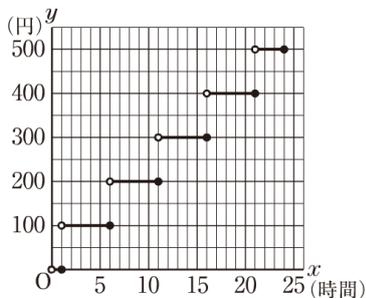
答 $\left(3, \frac{9}{2} \right)$

解説

(2) $\triangle AOC$ と $\triangle BOC$ は, y 軸の方向にある線分 CO をそれぞれ底辺とみると, 次のように面積を求めることができる。

$$\begin{aligned} \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times CO \times (\text{点 A の } x \text{ 座標の絶対値}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \\ \triangle BOC &= \frac{1}{2} \times CO \times (\text{点 B の } x \text{ 座標の絶対値}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \end{aligned}$$

7(1)



(2) $11 < x \leq 16$

解説

(1) グラフで, 端の点をふくむ場合は ●, ふくまない場合は ○ を使って表す。