章の問題

1 (1)　相似な図形において，対応する線分の長さの比が相似比だから，

$$\begin{aligned}AC : DF &= 4 : 10\\ &= 2 : 5\end{aligned}$$

答　2：5

(2)　相似な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいから，

$x=40$

また，相似な図形では，対応する線分の長さの比はすべて等しいから，

$$\begin{aligned}AB : DE &= AC : DF\\ 6 : y &= 4 : 10\\ 4y &= 60\\ y &= 15\end{aligned}$$

答　$x=40$，$y=15$

解説

(2)　次のような比例式をつくって，x の値を求めてもよい。

$$\begin{aligned}6 : y &= 2 : 5\\ 2y &= 30\\ y &= 15\end{aligned}$$

---

2 (1)　△ABC∽△AED

(2)　２組の辺の比が等しく，その間の角が等しい。

解説

(2)　△ABC と△AED で，

$AB : AE = 6 : 3 = 2 : 1$

$AC : AD = 4 : 2 = 2 : 1$

から，２組の辺の比が等しい。また，

∠BAC＝∠EAD

から，その間の角も等しい。

---

3 (1)　三角形の比(1)の定理から，

$$\begin{aligned}8 : x &= 12 : 6\\ 12x &= 48\\ x &= 4\end{aligned}$$

同様に，

$$\begin{aligned}12 : (12+6) &= 10 : y\\ 12 : 18 &= 10 : y\\ 12y &= 180\\ y &= 15\end{aligned}$$

答　$x=4$，$y=15$

(2)　平行線と線分の比の定理から，

$$\begin{aligned}6 : 3 &= (x-4) : 4\\ 3(x-4) &= 24\\ 3x-12 &= 24\\ 3x &= 36\\ x &= 12\end{aligned}$$

答　$x=12$

解説

(2)　次のように，(1)で求めた相似比を利用して，x の値を求めてもよい。

$$\begin{aligned}(6+3) : 3 &= x : 4\\ 3x &= 36\\ x &= 12\end{aligned}$$

---

4 (1)　△DQP

(2)　△ABQ と△DQP で，

仮定から，

∠BAQ＝∠QDP＝90°　…… ①

三角形の内角の和は 180°だから，

∠ABQ＝180°－90°－∠AQB　…… ②

また，

∠DQP＝180°－∠BQP－∠AQB

＝180°－90°－∠AQB　…… ③

②，③から，

∠ABQ＝∠DQP　…… ④

①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ABQ∽△DQP

5　平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しいから，

∠ABP＝∠ADQ

仮定から，

∠APB＝∠AQD（＝90°）

したがって，△ABP∽△ADQ

相似な図形では，対応する線分の長さの比はすべて等しいから，

$$\begin{aligned}AP : AQ &= AB : AD\\ &= 5 : 7\end{aligned}$$

答　5：7

6　△PAB∽△PDC で，

$$\begin{aligned}AB : DC &= 30 : 20\\ &= 3 : 2\end{aligned}$$

だから，

$PA : PD = 3 : 2$

すなわち，

$$\begin{aligned}DP : DA &= 2 : (2+3)\\ &= 2 : 5\end{aligned}$$

したがって，△DAB で，三角形と比(1)の定理から，

$$\begin{aligned}PQ : AB &= DP : DA\\ PQ : 30 &= 2 : 5\\ PQ &= 12\end{aligned}$$

答　12 cm

解説

まず，△PAB∽△PDC に着目して，PA：PD を求め，次に，△DAB に着目して，三角形と比(1)の定理を利用し，線分 PQ の長さを求める。

7　△AOD∽△COB で，AD：CB＝3：5 だから，

$$\begin{aligned}\triangle AOD : \triangle COB &= 3^2 : 5^2\\ &= 9 : 25\end{aligned}$$

すなわち，

$$\begin{aligned}\triangle AOD : \triangle BOC &= 9 : 25\\ S : \triangle BOC &= 9 : 25\end{aligned}$$

$$\triangle BOC = \frac{25}{9}S$$

また,

$OA : OC = 3 : 5$ …… ①

$OD : OB = 3 : 5$ …… ②

△AOD と△COD は，OA，OC を底辺とみると，高さが等しく，①より，底辺の長さの比が 3 : 5 だから,

$$\triangle AOD : \triangle COD = 3 : 5$$
$$S : \triangle COD = 3 : 5$$
$$\triangle COD = \frac{5}{3}S$$

△AOD と△AOB は，OD，OB を底辺とみると，高さが等しく，②より，高さが共通で底辺の長さの比が 3 : 5 だから,

$$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 5$$
$$S : \triangle AOB = 3 : 5$$
$$\triangle AOB = \frac{5}{3}S$$

答　$\triangle AOB = \frac{5}{3}S$,　$\triangle BOC = \frac{25}{9}S$,　$\triangle COD = \frac{5}{3}S$

解説

次のことを利用して，三角形の面積の比を考える。

・相似な平面図形では，相似比が $m : n$ のとき，面積の比は $m^2 : n^2$ である。

・高さが等しい三角形の面積の比は，底辺の長さの比に等しい。

8 ⑴　直径 1 m（＝100 cm）の球と直径 5 cm の球の相似比は,

$$100 : 5 = 20 : 1$$

だから，その体積の比は,

$$20^3 : 1^3 = 8000 : 1$$

したがって，直径 1 m（＝100 cm）の鉄球をすべて溶かして直径 5 cm の鉄球をつくると，直径 5 cm の鉄球は 8000 個できる。

答　8000 個

⑵　直径 1 m（＝100 cm）の球と直径 5 cm の球の表面積の比は,

$$20^2 : 1^2 = 400 : 1$$

⑴より，直径 5 cm の鉄球は 8000 個できるから，直径 1 m（＝100 cm）の鉄球の表面積と，直径 5 cm の鉄球の表面積の合計の比は,

$$400 : (1 \times 8000) = 400 : 8000$$
$$= 1 : 20$$

すなわち，直径 5 cm の鉄球の表面積の合計は，直径 1 m の鉄球の表面積の 20 倍である。

答　20 倍

解説

⑴　球はすべて相似であるから，直径 1 m の球と直径 5 cm の球は相似である。

⑵　⑴より，直径 5 cm の鉄球は 8000 個できるから，直径 5 cm の鉄球の表面積の合計は，直径 5 cm の鉄球 1 個の表面積の 8000 倍であることに注意する。