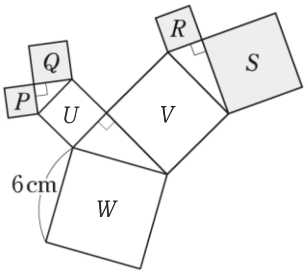
章の問題

1　右の図のように，正方形の面積をそれぞれ U, V, W とすると，三平方の定理から，次の関係が成り立つ。



$P+Q=U$
$R+S=V$
$U+V=W$

したがって，

$$\begin{aligned} P+Q+R+S &= U+V \\ &= W \\ &= 6\times 6 \\ &= 36\ (\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

答　36 cm^2

2　2辺の長さが 6 cm，8 cm である直角三角形は，次の(ア)，(イ)の場合が考えられる。

(ア)　8 cm の辺を斜辺とする直角三角形

このとき，残りの辺を x cm とすると，三平方の定理から，

$$x^2+6^2=8^2$$
$$x^2=28$$

$x>0$ だから，$x=2\sqrt{7}$

(イ)　残りの辺を斜辺とする直角三角形

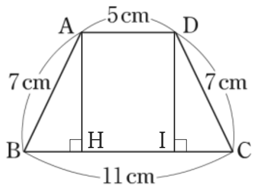
このとき，残りの辺を x cm とすると，三平方の定理から，

$$6^2+8^2=x^2$$
$$x^2=100$$

$x>0$ だから，$x=10$

答　$2\sqrt{7}$ cm，10 cm

3(1)　右の図のように，頂点 A，D から辺 BC にそれぞれ垂線をひき，辺 BC との交点を H，I とすると，BH＝CI だから，



$$\begin{aligned} \mathrm{BH} &= (\mathrm{BC}-\mathrm{HI})\div 2 \\ &= (11-5)\div 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

△ABH で，三平方の定理から，

$$\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2=\mathrm{AB}^2$$
$$\mathrm{AH}^2+3^2=7^2$$
$$\mathrm{AH}^2=40$$

AH＞0 だから，$\mathrm{AH}=2\sqrt{10}$

したがって，台形 ABCD の面積は，

$$\frac{1}{2}(5+11)\times 2\sqrt{10}=16\sqrt{10}\ (\mathrm{cm}^2)$$

答　$16\sqrt{10}$ cm^2

(2)　半円の弧に対する円周角は 90°だから，

$\angle\mathrm{ADC}=90°$

円周角の定理から，

$$\begin{aligned} \angle\mathrm{DAC} &= \angle\mathrm{DBC} \\ &= 30° \end{aligned}$$

したがって，△ACD は∠DAC＝30°の直角三角形だから，

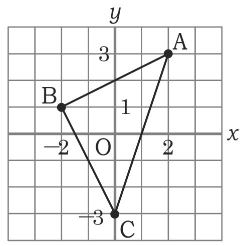
$$\mathrm{AC}:\mathrm{AD}=2:\sqrt{3}$$
$$\mathrm{AC}:6=2:\sqrt{3}$$
$$\mathrm{AC}=4\sqrt{3}$$

答　$4\sqrt{3}$ cm

（解説）

(1)　頂点 A，D から辺にそれぞれ垂線をひき，辺 BC との交点を H，I とすると，四角形 AHID は長方形だから，AD＝HI になる。また，△ABH≡△DCI だから，BH＝CI になる。

4(1)　三平方の定理から，



$$\begin{aligned} \mathrm{AB}^2 &= 4^2+2^2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

AB＞0 だから，

$\mathrm{AB}=2\sqrt{5}$

同様に，

$$\begin{aligned} \mathrm{BC}^2 &= 2^2+4^2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

BC＞0 だから，$\mathrm{BC}=2\sqrt{5}$

同様に，

$$\begin{aligned} \mathrm{CA}^2 &= 2^2+6^2 \\ &= 40 \end{aligned}$$

CA＞0 だから，$\mathrm{CA}=2\sqrt{10}$

答　$\mathrm{AB}=2\sqrt{5}$，$\mathrm{BC}=2\sqrt{5}$，$\mathrm{CA}=2\sqrt{10}$

(2)　(1)から，$\mathrm{AB}^2=20$，$\mathrm{BC}^2=20$，$\mathrm{CA}^2=40$ だから，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2=\mathrm{CA}^2$ が成り立つ。また，AB＝BC だから，△ABC は，線分 CA を斜辺とする直角二等辺三角形である。

答　線分 CA を斜辺とする直角二等辺三角形

5　DE＝x cm とすると，

$$\begin{aligned} \mathrm{EC} &= \mathrm{EA} \\ &= 18-x \end{aligned}$$

したがって，△DEC で，三平方の定理から，

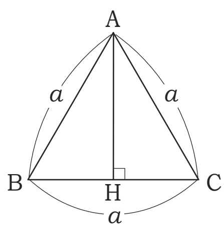
$$x^2+12^2=(18-x)^2$$
$$x^2+144=324-36x+x^2$$
$$x=5$$

答　5 cm

（解説）

紙を折り返しているから，EC＝EA であることに着目する。

6　右の図で，△ABH は∠ABH＝60°の直角三角形だから，



$$\mathrm{AB}:\mathrm{AH}=2:\sqrt{3}$$
$$a:\mathrm{AH}=2:\sqrt{3}$$
$$\mathrm{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

したがって，

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

答　$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

7　AH＝h cm，BH＝x cm とする。

△ABH で，三平方の定理から，

$$x^2 + h^2 = 15^2$$
$$h^2 = -x^2 + 225 \quad \cdots\cdots ①$$

△ACH で，三平方の定理から，

$$(14 - x)^2 + h^2 = 13^2$$
$$h^2 = -x^2 + 28x - 27 \quad \cdots\cdots ②$$

①，②から，

$$-x^2 + 225 = -x^2 + 28x - 27$$
$$x = 9$$

これを①に代入すると，

$$h^2 = -9^2 + 225$$
$$= 144$$

$h > 0$ だから，$h = 12$

したがって，

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 12$$
$$= 84 \text{ (cm}^2\text{)}$$

答　84 cm²

8　側面のおうぎ形の弧の長さは，

$$2\pi \times 9 \times \frac{120}{360} = 6\pi$$

したがって，側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円の周の長さは等しいから，$6\pi = 2\pi \times 3$ より，底面の円の半径は 3 cm である。

円錐の高さを h cm とすると，三平方の定理から，

$$3^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 72$$

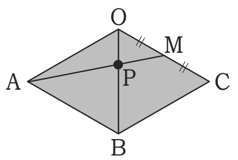
$h > 0$ だから，$h = 6\sqrt{2}$

したがって，円錐の体積は，

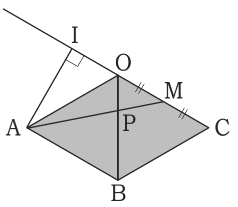
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\,\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

答　高さ … $6\sqrt{2}$ cm，体積 … $16\sqrt{2}\,\pi$ cm³

9(1)　正四角錐 OABCD の辺の長さはすべて 6 cm で等しいから，△OAB，△OBC は正三角形で，立体の展開図の一部をかくと，右の図のようになる。この図で，点 P を線分 AM の交点の位置にとると，線分 AP と PM の長さの和は最も小さくなる。



このとき，右の図のように，点 A から直線 CO に垂線をひき，その交点を I とすると，△IAO は ∠IOA＝60° の直角三角形になる。



よって，OA＝6 cm だから，

$$IO = 3, \quad IA = 3\sqrt{3}$$

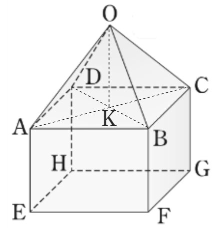
したがって，△IAM で，三平方の定理から，

$$AM^2 = IA^2 + IM^2$$
$$= IA^2 + (IO + OM)^2$$
$$= (3\sqrt{3})^2 + (3 + 3)^2$$
$$= 63$$

AM＞0 だから，AM＝$3\sqrt{7}$ (cm)

答　$3\sqrt{7}$ cm

(2)　正方形 ABCD の対角線の長さは $6\sqrt{2}$ cm だから，2 本の対角線の交点を K とすると，



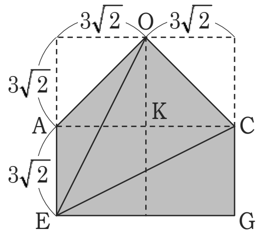
$$AK = 6\sqrt{2} \div 2$$
$$= 3\sqrt{2}$$

また，∠OKA＝90° だから，△OAK は直角三角形である。よって，三平方の定理から，

$$AK^2 + OK^2 = OA^2$$
$$(3\sqrt{2})^2 + OK^2 = 6^2$$
$$OK^2 = 18$$

OK＞0 だから，OK＝$3\sqrt{2}$

よって，面 OEC で立体を切断すると，切断した面は下の図のようになる。



したがって，

$$\triangle OEC = (6\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}\right) \times 2$$
$$- \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$
$$= 27 \text{ (cm}^2\text{)}$$

答　27 cm²