

coMpass

コンパス

● 数学的活動を
どのように授業に
取り入れていくか

coMpass は教育出版が
発行する情報誌です



教育出版

コンパス

[目次]

特集

数学的活動をどのように授業に取り入れていくか

- 「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」の趣旨と
その指導の重点・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 金本 良通 3
- 数学的活動を日常の授業で・・・・・・・・・・・・・・・・ 中谷 樹 6
- 「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて
説明し伝え合う活動」について・・・・・・・・・・・・・・・・ 新谷 和彦 9

連載

数学的活動へのイノベーション・・・・・・・・・・・・・・・・ 大西 孝司 12

資料

平成22年度の移行措置における追加内容・・・・・・・・・・・・ 14

[表紙・写真]

夢のかけ橋（静岡県浜松市天竜区）

天竜川が船明ダムによってせき止められたダム湖にかかる
歩行者・自転車専用の橋で、全長約473m。

旧国鉄佐久間線の橋脚を再利用し、架設された。

赤色と銀色が交互に輝く2色の鉄橋が、見事な5連の弧を
描いている。



「数学的な表現を用いて説明し 伝え合う行動」の趣旨とその指導の重点

金本 良通 [埼玉大学教授]

1. はじめに

数学科の指導内容の中に〔数学的活動〕が位置づけられ、領域の内容と‘縦糸－横糸’のように織りなして数学の授業を展開していく、そのような構想で新学習指導要領は改訂された。そのことは、国際的なカリキュラム改革の流れの中に位置づけられるとともに、我が国における数学教育上の課題に対して今日的に最善の手立てでのカリキュラム改革、学習指導要領改訂ということができよう。

ここでは、そのような〔数学的活動〕の中から、とりわけ「数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」(1年)、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」(2・3年)について取り上げ、この活動が盛り込まれた経緯とねらい、授業において大切にしたい観点などについて述べていきたい。

2. 趣旨そして重点は何か

数学的活動は、平成10年版学習指導要領において示され、平成20年版学習指導要領において指導内容として位置づけられ、カリキュラムの構造的改革がなされた。今日的な課題に 대응するために、3つの数学的活動が位置づけられている。

このような活動が重視されたことの経緯

をさかのぼると、平成16年12月に発表された国際的な学力調査の結果がある。とりわけ、PISA調査によって測られている学力に我が国も大きく注目し、国際標準を考慮することになる。

調査結果を受けて、平成17年1月には、文部科学省は臨時全国都道府県・指定都市教育委員会指導主事会議を開催し、そこで算数・数学の指導改善の方向性を示している。次の3点である。

- (1) 基礎的・基本的な計算技能の確実な定着や、数量・図形などの基本的な意味の理解を確実にすること。
- (2) 数学的に解釈する力や表現する力の育成を目指した指導を充実すること。
- (3) 実生活と関連付けた指導の充実を図り、数学について有用性を実感する機会を持たせること。

この方針は、新学習指導要領に色濃く反映していくことになる原点とも言えるものである。さらに、この方針は、「教育課程の構造の明確化」という作業(平成17年9～10月)による次のような教育内容のとりえ方によって、学習指導要領と全国学力・学習状況調査へと進んでいく基盤が確認されたことになる。

- (1) 義務教育修了段階において身に付け

させたい基礎的・基本的な知識・技能

(2) 義務教育修了段階において身に付けさせたい能力

このとき、「義務教育修了段階において身に付けさせたい能力」として例示されていたのは、「活用する力」「考える力」「表現・説明する力」である。これらは、数と式、図形、関数などの数学的な内容の学習過程において、子どもたちに活用させたり、考えさせたり、表現・説明させたりし、それらの経験を積み、活動としてそれらができるようになることが期待されるものである。活動ができるようになることが、それらの能力を身に付けたということである。

このようなことが、数学的活動を指導内容として位置づけていくに当たって、重要な役割を果たしてきた。

もう一つ、重要な役割を果たしたのが、言語力育成協力者会議である。その報告には、言語活動に関する算数・数学科の指導の充実のための事項として、次の点を示している（平成19年8月）。

算数・数学科では、算数・数学を活用して考えたり判断したりする活動に重点をおき、その活動がよりよく行われるよう、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、筋道を立てて説明したり論理的に考えたりして、自ら納得したり他者を説得したりする指導を行うことが大切である。また、予測や推測を生み出しそれらを確認したり、よりよい予測や推測をしたりするための指導を行うことも大切である。

その際、帰納的な考え方や類比の考え方、予測や推測を検証するための演繹的な考え方ははぐくむ必要があり、それらの考え方をよりよく用いるため

に必要な言語力を身に付けさせることが期待される。例えば、事実の説明あるいは理由や手順の説明の仕方を身に付けさせることなどである。

なお、指導にあたっては、根拠を基にして、ある事柄が「正しい」「正しくない」ということを明確に説明できるようにすることが期待される。

(注)「類比の考え方」は「類推的な考え方」のこと。

この提言の内容が、学習指導要領や全国学力・学習状況調査に盛り込まれていくこととなったのである。

これらの経緯から、数学科の目標に「表現する能力」が位置づけられ、また、指導内容の中に、とりわけ数学的活動としての「数学的な表現を用いて、説明し伝え合う活動」が位置づけられているのである。

それでは、その指導の重点は何か。まず、1年と2・3年との間に区切りを設けているのは、指導内容について発達的な区切りを設けているということである。それは、第一には2・3年に論証の学習があるからであるが、もう一つの理由として小学校1～4年、小学校5年～中学校1年、中学校2年～高等学校1年という区切りを持たせていることでもある。

このような発達的な視点をもった上で、次の事項を「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」においては重視したい。

- (1) 言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解すること。
- (2) それら数学的な表現を適切に用いること。また、関連づけて用いること。
- (3) それらを用いて問題を解決すること。
- (4) それらを用いて自分の考えを分かりやすく説明すること。
- (5) 互いに自分の考えを表現し伝え合う

こと。

(6) 根拠を明らかにし表現・説明すること。

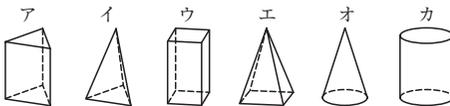
(7) 筋道立てて考え表現・説明すること。
すなわち、領域の内容の学習を進める過程でこれらの活動ができるようにしていきたいのである。別様に言えば、これらの特徴をもった数学的活動（適宜、発達的にとらえ、教材の特質に応じた活動を組織することによる重点化を図る）を通じて、領域の内容の学習を進めるとともに、「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」ができるようにしていくことが必要である。

3. 具体例を基に

(1) 1年「空間図形」

具体例を基に、指導における強調点を述べてみたい。まずは、1年の「空間図形」の指導である。立体の種類についてその分類に取り組み、「数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」（1年）に取り組むものである。

課題 次の立体をいくつか仲間分けしましょう。また、どんな理由で分けたのか説明しましょう。



ここでは、まず、言葉や図を用いて、ときには具体物を用いて、しかも、関連づけて活動に取り組むことが大切である。面、辺、頂点など、図形の用語を適切に用いて説明ができるようにしたいものである。

例えば、「平らな面だけでできているものとそれ以外」、「底面の形がそれぞれ三角形、四角形、円」、「真横から見たらそれぞれ長方形、三角形」などの説明ができるであろう。図や具体物のどこに着目したかを言葉による表現と関連づけて説明させたい

ものである。これらはまた、立体を何らかの分類をしたときの理由を説明させているものである。どのように分類したか。どのような特徴に着目して分類したか。そのようなことを、筋道立てて説明ができるようにしたいものである。さらには、辺、面、頂点についての特徴を式で表現することも促したいものである。

(2) 2年「式の計算」

「カレンダーの秘密を探ろう」という活動で、横に並んだ3つの数の和とその中央にある数との関係を調べることを問題とする。式の計算の学習でよく扱う題材である。どの数を文字 n とするかで、式が異なるが、中央の数の3倍であることは、計算した式を根拠に説明することができる。連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ としてたすこともできるし、 $n-1, n, n+1$ としてたすこともできる。それぞれ、 $3(n+1), 3n$ となるが、中央の数の3倍であることを読み取り、その処理と文字式の解釈を基に説明することができる。また、文字式で表現する前に、整数でのいくつかの例から帰納的に見いだすこともできる。

数学的な表現を用い、数学的な考え方を活用して、根拠を明らかにし、筋道立てて説明ができるようにすることが大切である。また、理由を示すことと結論を述べることを「○○なので□□」、「○○だから□□」というような、理由と結論の論理的な関係を示す言葉も使えるようにしていきたいものである。

[参考文献]

埼玉県算数数学教育研究会中学校部会（編）、『数学的に解釈する力・表現する力の育成を重視した学習指導』（研究協議会用テキスト第40集）、2009年

数学的活動を日常の授業で

中谷 樹

[埼玉県熊谷市立荒川中学校教諭]

1. はじめに

学習指導要領では、内容領域 A（数と式）～D（資料の活用）を横断する活動領域として、「各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において、…数学的活動に取り組む機会を設けること」と記されている。また、中学校数学科の目標の文頭に「数学的活動を通して」と記されている。この文言を忠実に受けとめるのなら、中学校数学科の指導においては、常に数学的活動を通すことが理想ということになる。

中学校数学科において重視している3つの数学的活動の中に「ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」（以下、数学的活動ウ）がある。また、中学校数学科の内容の骨格の中に「説明し伝え合うこと」という項目が作られた。特に今回の改訂で注目されているところである。

「数学的活動ウ」には、以下のようなメリットがあると考えられる。

- ① 数学の知識、技能、見方や考え方が、その場限りのものでなく、活用できる価値あるものとして位置づく。（教材）
- ② 遅れている生徒をフォローし、進んでいる生徒の高次理解を促す。（学習者）
- ③ 日頃の授業で取り入れやすい。授業の雰囲気メリハリがつく。（授業者）

本稿では、「数学的活動ウ」を、ごく日常的な授業の事例から紹介する。

2 実践事例

2年 三角形と四角形「平行線と面積」

(1) 授業の概要

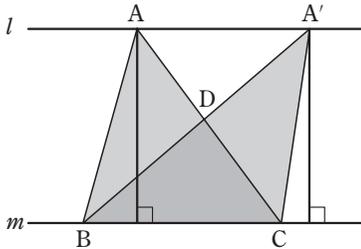
2年のB（図形）領域を概観すると、「基本的な平面図形の性質」と「図形の合同」から成っている。本題材は、「図形の合同」終盤の「平行四辺形」についての学習の末尾、つまり、2年B（図形）領域の学習の最後に扱われる内容である。2年の指導において、この授業を避けて通ることはできない。まさに、日常的な素材である。筆者はつい先日、この授業を行った。

平行線を垂線で結んだ長さ（距離）は、線上のどの位置でとっても同じであることを、長方形の性質を根拠に確認する。そして、底辺が共通で高さが同じであることを根拠に、平行線による三角形の等積変形を認めることができる。その後、図から等積変形を見つけることができる（かける）、といった知識や技能（考え方も含む）を配当時間1時間の中で習得させる。「等積変形を認める」、「等積変形を見つける」、「等積変形ができる」の3つの場面で、次のような「数学的活動ウ」を取り入れた。

(2) 授業の実際

場面Ⅰ「等積変形を認める」

～先生と生徒全体の伝え合いを生む
「とぼけ」「何で？」発問～



T: この三角形 ($\triangle ABC$) とこの三角形 ($\triangle A'BC$) では、面積はどちらの方が大きいですか？

T: (同じという反応に) へえ、何で？

S: どちらもこれ (BC) が底辺で、高さが同じだから。

T: ちなみに、この蝶々の羽のような2つの三角形 ($\triangle ABD$ と $\triangle A'DC$) は？

S: 同じ! 同じ面積から $\triangle DBC$ の面積をひいたから。

「同じですか?」と訊くよりも「どちらが大きい?」ととぼけた発問をすることで、反応が出やすくなり、その後の伝え合いにもつながる。そして理由を問う。この段階では、図の該当部分をしっかり指し示しながらの「これ」という言い方を許容する。記述にこだわらず、難しく感じさせずに等積変形の知識とその根拠となる事項を確認できれば十分である。

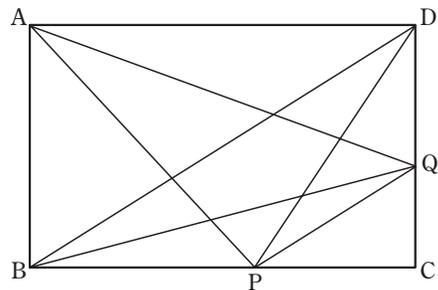
「何で?」と「理由」を問う発問に対して反応が重い場合には、答えやすい「事実」を問う補助発問をする。例えば、「三角形の面積はどうやって求める? → 底辺 × 高さ ÷ 2」, 「この三角形の底辺はどこ? → BC」, 「高さはどこ? → A, A'からの垂線」など

が考えられる。

場面Ⅱ「等積変形を見つける」

～教師の言葉を生徒が補う中で、根拠や筋道が整う～

【問題】 下の図で四角形 ABCD は長方形で、 $PQ \parallel BD$ です。このとき、 $\triangle ABP$ と面積の等しい三角形をすべて見つけなさい。



まず $\triangle ABP$ と面積が等しいのは? …

$\triangle DBP$ …それはなぜ? …

どちらもこれ (BP) が底辺で…

平行だから高さは…

同じ! …次に $\triangle DBP$ と等しいのは…

底辺を…この辺 (BD) と見ると…

これ (PQ) は平行だから高さが同じで…

$\triangle DBQ$! …さらに…

$\triangle DBQ$ と等しいのは…

$\triangle ADQ$!! もうわかった! …

理由も含めていえますか? …

どちらも DQ が底辺で、平行で高さが同じ! …

他にもあるかな? … $\triangle APQ$ は見た目それっぽいが…根拠がない…

ではここまでの答えを書いてみよう。…

$\triangle ABP = \triangle DBP = \triangle DBQ = \triangle DAQ$ …

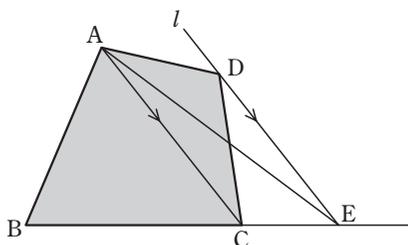
共通の底辺が含まれている!

自力解決が困難な生徒を黒板の前に集めて、上記のやりとりを行う。色チョークで強調し、区切りながら話すと、生徒は少し

ずつ教師の言葉を補うようになる。中盤から終盤には、教師は話題の方向づけだけで、生徒が筋道や根拠を整えるようになる。そして最後に等積の三角形を記述させると、共通の底辺が含まれていることが、根拠をもって正しいことの見え方になる。当て推量で答えていた $\triangle APQ$ は、見た目では同じぐらいに見えるが、面積が等しいといえる根拠がない三角形であることに納得がいく。

場面Ⅲ「等積変形ができる」

～生徒どうしで、等積変形の方法だけでなく、理由も含めて伝え合うことで、さらに発展的に考えられる～



T：等積変形を見つけたことができたので、今度は実際に等積変形をやってみよう。（解答なしの四角形で）この四角形と面積が等しい三角形をかいてみよう。

S：ええっ？わからない？

T：これまで、何角形を変形させている？

S：三角形。

T：今、三角形、ある？

S：ない…作ればいい!…できるかも!

「三角形があるか…ない…なければ…作ればいい!」の問答は、合同の証明等の授業でたびたび行っており、スムーズに流れる。

数分後に、解決した生徒どうしや、解決した生徒と困っている生徒で、伝え合う活動が始まる。教師は、困っている生徒どうしの議論に小出しに助言すればよい。しば

らくすると、全員が納得する。

T：解答を説明してみましょう。

S：平行線をひいて…

T：どの線と平行？

S：ACと平行にひいて…

T：どの点を通る？

S：Dを通して、ACと平行にひいて…

T：続きを誰か？

S：BCを延長して…

T：何で延長するのかな？

S：それで $\angle C$ がなくなって角が一つ減る。

全：おお、なるほど…

S：で、交点がEで、AEを結ぶ。

T：どれが完成図？

S： $\triangle ABE$!

T：等積変形は？どれをどれに？

S： $\triangle DAC$ を $\triangle EAC$ に。

紙面の都合で紹介しきれないが、この後、五角形を三角形に等積変形した。五角形 \rightarrow 四角形 \rightarrow 三角形と、角が1つずつ減る状況を、四角形のとくと同じように確認した。ここまでの学習を通して、何角形でも三角形に等積変形することができるという結論に達した。「本当？」と問い返しても、「本当!」と返ってきた。

3 おわりに

「数学的活動ウ」は、ただの小グループでの学習ではない。本時の場合は、「生徒集団と教師」での簡単な受け答えから発言しやすい雰囲気が作られ、「少数生徒と教師」での伝え合う活動を通して、「生徒と生徒」での主体的かつ質の高い活動が実現したのである。

「数学的な表現を用いて、 根拠を明らかにし筋道立てて説明し 伝え合う活動」について

新谷 和彦 [北海道札幌市立北辰中学校教諭]

1. はじめに

「教育及び学習指導が、願いや目的を実現するための意図的、計画的な営み」(文部科学省 中学校学習指導要領解説数学編)であれば、我々教師は、学校生活における生徒にとっての「日常」である「授業」の中に、願いや目的を込めべきだし、またそうしていると思う。

私の願いは、「数学を通して自ら考え、自ら表現できる生徒を育てたい」というもので、その方法として選んだのが、「問題解決の授業」である。それは、問題を捉え、自分で解決する場面でよく考え、考えた結果(もちろん考え中のものでもよい)を互いに発表し合い、全体で考え合いながら本時の目標へと迫っていく授業である。そして、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」は、この問題解決の授業の中心活動である。そのため、つねにこの活動を意識して授業をつくるが、それは何か特別なことではない。私にとっても生徒にとっても、それが「日常」のものとなっていくことが大切だと考えている。

2. 具体的な授業実践

上記のように私は授業を捉えているので、特別に何かひねり出して問題をつくるより

も教科書の内容を題材として問題をつくることが多い。ここでは、教科書の題材を参考にした問題で、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」を行った授業を紹介する。特に以下の実践事例は、「伝え合う」場面で、自分の考えと違う考えに対し、「根拠を明らかにし筋道立てて説明」することで他者を「説得」するような、双方向的なコミュニケーションをねらったものである。

(1) 実践事例①

第2学年「直角三角形の合同条件」

直角三角形の合同条件を定理としてまとめた後の例題に、角の二等分線上の点からその2直線にひいた垂線の長さが等しいことを証明していくものがあり、図と一緒に載っている(図1)。

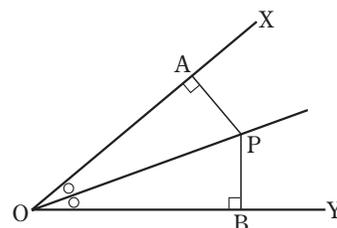


図1

ここでは、「直角三角形の合同条件を利用して図形の性質を証明できる」ことを目標にしつつ、前提条件を確認するところで

「議論」になるような場を作り、それを通して図形の性質への理解を深めさせることをねらった。

まずノートに角の二等分線と垂線を作図させた（教科書は閉じている）。そして、「この図から言えることや、言えそうなことは何だろう。」（問題提示）と発問した。「○○だから、□□である」という言い方にこだわってきたので、例えば「直線OPは $\angle XOY$ の二等分線だから、 $\angle AOP = \angle BOP$ です。」と言える生徒が増えてきた。

この中で、「 $\angle APO = \angle BPO$ だと思います。」という発言が出た。この生徒に対して「これは言えていることなの？それとも言えそうなことなの？」と聞くと、「 $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ の合同が言えれば言えると思う。」と答えた。それに対して少しざわついているので、どうしたかを聞くと、ある生徒が挙手して、「 $\angle OAP$ と $\angle OBP$ は等しくて、 $\angle AOP$ と $\angle BOP$ も等しい。そして三角形の内角の和は 180° だから、 $\angle APO = \angle BPO$ なので、これは言えそうなことではなくて、もう言えていることだと思います。」という発言が出た。

さらに、「 $\triangle OPA$ は二等辺三角形だと思います。」という発言が出た。理由を問うと、「OAとOPが同じ長さに見えるから。」とその生徒は答えた。今度はこちらから何も問わずとも、ある生徒が座ったままで発言した。「もしこれが二等辺三角形なら、底角が等しいので、 $\angle OPA$ が 90° になる。でも三角形の内角の和は 180° だから、それだと 180° を超えてしまって、三角形ができないから、二等辺三角形にはならないと思う。」と。

一同納得という感じであった。

その後「PA = PBではないか。」という発言に、先ほどと同じように問うと、今度

は「 $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ の合同が言えればよい。」となり、それ以外の方法は考えられないことを確認の上、「PA = PBを証明しよう。」という課題を出し、生徒に取り組みさせた。できた生徒は教科書の「解答例」で答え合わせをさせ、続けてその下の「問」に取り組みさせ定着を図った。できない生徒には「解答例」を参考にするよう指示した。

（2）実践事例②

第3学年「平方根の加法、減法」

平方根の乗法、除法の後の加法、減法である。本時は「平方根の加法の仕方を理解し、計算することができる」ことを目標とした。授業のはじめに乗法の確認問題に取り組みさせ、全員で計算方法を確認する。そして、「 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ という計算は正しいだろうか。」という問題を提示し、どちらかに手を挙げてもらったところ、正しいという生徒と正しくないという生徒に分かれた。正しいという生徒は「乗法と同じ解き方だと思ったから。」という考えと、「両辺を2乗すると $2 + 3 = 5$ となって成り立つから。」という考えであった。

「それに対してどうですか。」と聞くと、次のような発言があった。

- ・「 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ だからそれを足しても、 $\sqrt{5} = 2.23$ にならないから正しくない。」
- ・「 $2 + 3$ はルートを使って表すと、 $2 = \sqrt{4}$ 、 $3 = \sqrt{9}$ だから $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ である。もしこの計算方法が正しければ、和は $\sqrt{13}$ になり、 $5 = \sqrt{25}$ にならないから正しくない。」

正しくないと考えた生徒の発言後、「これらの考えに対して反論はありますか。」と聞くと正しいと考えた生徒たちからは発言はなかった。改めて問題に対し手を挙げてもらおうと、今度は正しいと考える生徒は

いなかった。そこで、「では、平方根の加法は計算ができないのだろうか。」と聞くと、首を振る生徒が多い。「どうしてそう思わないの。」と聞くと、ある生徒が、「例えば、 $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ は同じ $\sqrt{2}$ を2つ足すから $2\sqrt{2}$ になると思う。」と答えた。そこからルートの中の数と同じ場合は、これと同じ考え方で計算できそうだとすることを、 $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ を例にして確認し、教科書で太字になっている部分を見て、計算の仕方をまとめた。その後、教科書の問題で定着を図った。

3. 数学的活動以前に…

上記の2つの実践例は、どちらもお互いが考えたことを「伝え合い」、それによって生徒は、自分の考えを変えたり、強化したり、あるいは深化したりした。また、反論をした生徒は、根拠が曖昧だったり、誤ったりした生徒に対し、「根拠を明らかにし筋道立てて説明し」ていた。しかし、生徒のこのような姿は、これらの時間の中だけでそうなったわけではないことは、容易に想像されるであろう。

先に述べたように、私は数学の授業を通して、自ら考え、自ら表現する生徒を育てたいと願っている。そして、「考える」ということに対しては、わからなくとも粘り強く考えること、粘って考えてもわからないことは当然あって、それを恥ずかしいことと思わないこと、つまり、大切なのは結果ではなくプロセス（過程）であることを、授業の中で折に触れて話してきた。

また、表現することに対しては、まずは生徒が表現しやすい環境作りを心がけた。まちがえることは恥ずかしいことではないこと、生徒の誤答を取り上げた授業を作り、誤りがあるからこそ、理解が深まることがあるということ伝えたりもした。また、

コミュニケーションは聴く人がいて成り立つものであるから、その人の言葉や気持ちを生かすためには聴く側の姿勢が大切であるということ、授業は教師と生徒が一緒になって考え合ったり、話し合ったりして創るものであるから積極的に参加してほしいということ、などを話してきた。

そして、2年の「合同と証明」からは特に、表現の方法や考え方をしっかりと指導してきたつもりである。「○○だから、□□である」という表現の仕方と、結論からたどって証明を構成するという考え方にこだわってきたからこそ、先の実践事例のような生徒の発言が生まれたと思っている。

生徒はすばらしい力を持っているが、それは成長と共に自然にそうなるものではないと思われる。教師が願いと目的をもって日々の授業を行っていくところから、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う」生徒が生まれ、そういった「活動」ができるようになると思うのである。

4. おわりに

本原稿の作成を通して、「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」は日常の積み重ねが大切であることをさらに意識することができた。私にこの機会を与えてくれた方々に感謝申し上げたい。そして、これからも生徒が主体的に取り組み、進んでこういった数学的活動ができるよう日頃から支援していきたいと思う。

数学的活動へのイノベーション 生徒が主体的に活動できる場面を 適切に位置づける

大西 孝司

〔香川県丸亀市立飯山中学校校長〕

1. はじめに

本校数学科では、「既存の知識や経験と結びつけながら、新しい概念や原理・法則を見だし、日常生活の中で数学を活用しようとする生徒」を育てたいと考えている。そのために、「知識や技能を教え込もうとするのではなく、操作や実験等も含めた数学的活動を通して、生徒が自ら新たな概念や方法を導き出したという実感をもつことができるようにする」ことを念頭に置きつつ、日常の指導にあたっている。

ここでは、これまでの実践の中から4つの事例を取り上げ、簡単に紹介したい。

2. 大小関係について考えてみよう

x^2 と $4x$ どちらが大きい？

この事例は、2乗に比例する関数の学習の後、「数と式」及び「関数」で学んだ内容を総合的に振り返ることができる場面を設定しようとしたものである。

まず、どちらが大きいかを判断し、その理由について考えることで、 $x = 1$ のときは $x^2 < 4x$ 、 $x = 5$ のときは $x^2 > 4x$ になることに気づく。次に、「どこで大小が入れかわるのか」と問えば、表を用いたり2次方程式 $x^2 = 4x$ を解いたりすることによって、 $x = 0$ 、 $x = 4$ のときに等しく、そこで大小が入れかわっていることが分かる。

さらに、「グラフではどうなるのか」と問い、 $y = x^2$ と $y = 4x$ のグラフを比較する活動を取り入れると、グラフが上にある方が大きいことから、 $x < 0$ 、 $x > 4$ のときは $x^2 > 4x$ 、 $0 < x < 4$ のときは $x^2 < 4x$ となることを見いだすことができる。最後に、 x^2 と $4x$ で表される具体的な数量を考えさせると、例えば、一辺が x cm である正方形の面積と周りの長さの大小関係を調べる問題と、この問題が結びついていることが確認できる。

3. 必要なアルミ缶の重さを考えよう

生徒会が行っているアルミ缶回収の目的に関するアンケートでは、

- ① キーボードを購入する
 - ② 車椅子を福祉施設に贈る
 - ③ ポリオワクチン千人分を募金する
- という項目が上位に挙げられている。

これらの目標を達成するためには、アルミ缶をどれぐらい回収すればよいのだろうか？

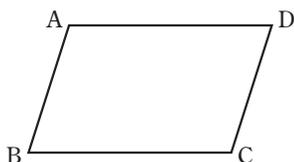
この事例は、比例の学習内容を使って、身近な問題を解決しようとしたものである。

まず、この問題を解決するために必要な情報について考え、アルミ缶の買取り価格、キーボード、車椅子、ワクチンそれぞれの値段を提示する。ここでは、200kgのアルミ缶の買取り価格を18,000円、キーボード

を 22,500 円，車椅子を 27,000 円，ワクチンを 13,500 円とした。次に，車椅子とワクチンの購入に必要なアルミ缶の重さに着目し，アルミ缶の重さと買取り価格が比例の関係にあることに気づかせる。そうした後で，比例で学んだことを問い，表や式，グラフを用いて問題を解決することを確認し，キーボード，車椅子，ワクチンの購入に必要なアルミ缶の重さを求める活動に入る。最後に，それぞれの解決方法について発表し合い，相互に関連づけて考察することができるよう，振り返りの場を設定する。

4. 平行四辺形をつくってみよう

与えられた平行四辺形 ABCD に，下に示した操作を加えてみると，どこに，どんな平行四辺形ができる？



- ① 点と点を結ぶ。
- ② 角の二等分線をひく。
- ③ 点から直線に垂線をひく。
- ④ 等しい線分をつくる。
- ⑤ 線分を延長する。
- ⑥ 線分の中点をとる。
- ⑦ 点を通して平行線をひく。

この事例は，図形の性質を発見するための見方や考え方をを用いて作図した四角形が平行四辺形であることを証明しようとしたものである。

具体的な操作の方法を提示してあることから，活動を通して，証明が困難であるものも含めて，さまざまな平行四辺形を見いだすことができる。平面図形の指導にあたっては，日頃からそうした操作の重要性について意識づけておくことが大切である。

5. 統計的確率の意味を知ろう

10cm の間隔でひかれた平行線の上によくじを投げるとき，平行線と交わるようじと，平行線とは交わらないようじ，どちらの本数が多くなる？

この事例は，実験を通して，数学的確率の意味を理解させようとしたものである。

まず，演示によって問題場面を正確に把握させ，どちらの本数が多くなるかを予想する。次に，実験を通して，それぞれの起こりやすさを調べ，数値を用いて表現する方法について考える。その際，条件をそろえる必要性に気づかせ，グループごとの実験に取り組む。そして，それぞれの結果を比較する活動を通して，試行回数が異なるときには相対度数で比較すればよいことを確認する。学級全体の結果をまとめることによって，回数を重ねていけば，ある一定の割合に近づいていくことから，数学的な確率の意味を理解することができる。最後に，この確率が $2 \times (\text{ようじの長さ}) \div \{ (\text{平行線の間隔}) \times \pi \}$ で求められることを知らせ，実験から導き出された数値と比較する。

6. おわりに

数学的活動に，特別な題材や指導法が求められているわけではない。学習者の視点に立って，これまで扱ってきた題材や指導内容を見直し，生徒が主体的に活動できる価値ある場面を適切に位置づけることが大切である。そうした意味から，数学的活動をどう取り入れるか，指導者としての力量が問われる状況にあると考えている。

[引用・参考文献]

『中学校数学 合同の指導』，1985，教育出版
『話題源数学 上』，1989，東京法令出版

＜資料＞ 平成 22 年度の移行措置における追加内容

	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
A 数と式	(1) 正の数・負の数 ア 正の数と負の数の意味 イ 正の数と負の数の四則計算の意味と計算 ★「数の集合と四則計算の可能性」を追加 (2) 文字を用いた式 ア 文字を用いることの意味 イ 文字を用いた式における乗法・除法 ウ 簡単な一次式の加法・減法 ★「文字を用いた式による表現や読み取り」, 「不等式を用いた表現」を追加 (3) 一元一次方程式 ア 方程式などの意味 イ 等式の性質と方程式 ウ 簡単な一元一次方程式の解法と利用 ★「簡単な比例式を解くこと」を追加	(1) 文字を用いた式の四則計算 ア 簡単な整式の加法・減法, 単項式の乗法・除法 イ 文字式の利用 ウ 目的に応じた式の変形 (2) 連立二元一次方程式 ア 二元一次方程式とその解の意味 イ 連立方程式とその解の意味 ウ 連立方程式の解法と利用	(1) 平方根 ア 数の平方根の必要性和意味 イ 数の平方根を含む式の計算 (2) 式の展開と因数分解 ア 単項式と多項式の乗法, 多項式を単項式で割る除法 イ 簡単な一次式の乗法, 簡単な式の展開や因数分解 (3) 二次方程式 ア 二次方程式の必要性和解の意味 イ 簡単な二次方程式の解法と利用 ★ 平方の形に変形して解くことの指導では x の係数が偶数であるものを中心とする ★ 「解の公式を用いた二次方程式の解法」を追加
	・小学校 6 年 (平 21・移行) で, 「文字を用いた式」を学習している。 ・小学校 6 年 (平 21・移行) で, 「メートル法の単位の仕組み」を学習している。	・中学校 1 年 (平 21・移行) で, 「簡単な比例式を解くこと」を学習している。	
C 数量関係 (C 関数) ※ 1	(1) 比例, 反比例 ア 比例・反比例の意味 イ 座標の意味 ウ 比例・反比例の特徴 エ 比例・反比例の活用 ★「関数関係の意味」を追加	(1) 一次関数 ア 事象と一次関数 イ 一次関数のグラフの特徴と利用 ウ 二元一次方程式と関数との関係	(1) 関数 $y = ax^2$ ア 事象と関数 $y = ax^2$ イ 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴と関数のとる値の変化の割合 ★「いろいろな事象と関数」を追加
	・小学校 6 年 (平 21・移行) で, 「比例の関係を文字を用いた式で表すこと」を学習している。	・中学校 1 年 (平 21・移行) で, 「関数関係の意味」を学習している。 ・中学校 1 年 (平 21・移行) で, 「誤差や近似値」を学習している。	

※ 1 現行学習指導要領では「C 数量関係」, 新しい学習指導要領では「C 関数」となります。

	第1学年	第2学年	第3学年
B 図形	(1) 平面図形 ア 線対称, 点对称 イ 基本的な作図とその利用 ★「平行移動, 対称移動, 回転移動」を追加 (2) 空間図形 ア 空間における直線や平面の位置関係 イ 空間図形の構成や表現 ウ 扇形の弧の長さや面積, 基本的な柱体, 錐体の表面積と体積 ★「投影図」, 「球の表面積と体積」を追加	(1) 平面図形と平行線の性質 ア 平行線や角の性質 イ 多角形の角の性質 (2) 図形の合同 ア 証明の意義と方法 イ 三角形の合同条件, 三角形や平行四辺形の性質の論証 ★「円周角と中心角の関係」を削除	(1) 図形の相似 ア 図形の相似の意味, 三角形の相似条件を用いた図形の性質の論証 イ 平行線と線分の比 ウ 相似の考えの活用 ★「相似な図形の面積比と体積比」を追加 ★ 次の内容を追加 円周角と中心角の関係 ア 円周角と中心角の関係の意味と証明 イ 円周角と中心角の関係の活用 (「円周角の定理の逆」を取り扱う) (2) 三平方の定理 ア 三平方の定理の証明 イ 三平方の定理の意味と利用
	・小学校6年(平21・移行)で, 「図形の合同」を学習している。	・中学校1年(平21・移行)で, 「平行移動, 対称移動, 回転移動」を学習している。 ・中学校1年(平21・移行)で, 「数の集合」を学習している。	
C 数量関係 (D 資料の活用) ※2	★ 次の内容を追加 (1) 資料の散らばりと代表値 ア ヒストグラムや代表値の必要性和意味 イ ヒストグラムや代表値による資料の傾向の把握と表現 (「誤差や近似値」, 「$a \times 10^n$」の形の表現)を取り扱う)	(2) 確率 ア 起こり得る場合 イ 確率の意味と求め方	★ 次の内容を追加 (1) 標本調査 ア 標本調査の必要性和意味 イ 標本調査による母集団の傾向の説明
		・中学校1年(平21・移行)で, 「相対度数」を学習している。	・「資料の散らばりと代表値」を学習していないことに留意する。

※2 現行学習指導要領では「C 数量関係」, 新しい学習指導要領では「D 資料の活用」となります。



地球となかよし

メッセージ 2010

作品募集 (第8回)

「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたことを、写真(またはイラスト)にメッセージをつけて表現してください。

応募資格

小学生・中学生(数名のグループ単位での応募も可)

作品テーマ

- ①身のまわりの自然が壊されている状況を見て感じたことや、自然環境や生き物を守るための取り組み
- ②さまざまな人との出会いを通して、友好の輪を広げた体験、異文化交流、国際理解に関すること
- ③その他、「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたこと

応募期間

2010年7月1日～9月30日

詳細は「優秀作品展示室」とあわせてホームページをご覧ください。

応募者全員に
参加賞が
もらえるよ

応募の決まりなど詳しくはホームページを見てね

<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>

2009 入選作品

金柑三代



去年の実は橙色
今年の春咲いた花から実った緑色
この夏開花している白い花
おばあちゃん
おかあさん
そしてわたし
つないでいく 尊い命
大切にしよう 日本の自然

◎主催/教育出版 ◎協賛/日本環境教育学会

◎後援/環境省、日本環境協会、全国小中学校環境教育研究会、毎日新聞社、毎日小学校新聞

*こどもエコクラブのパートナーシッププログラムです。

*協賛・後援団体は昨年実績で、継続申請中です。



教育出版

「地球となかよし」事務局

TEL: 03-3238-6982 FAX: 03-3238-6975
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町 2-10

中学数学通信 coMpass [2010年 春号] 2010年3月31日 発行

編集: 教育出版株式会社編集局
印刷: 大日本印刷株式会社

発行: 教育出版株式会社 代表者: 小林一光
発行所: 教育出版株式会社

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10
URL <http://www.kyoiku-shuppan.co.jp>

電話 03-3238-6950 (お問い合わせ)
E-mail edit-info@kyoiku-shuppan.co.jp



なかよし宣言

わたしたちをとりまく自然や社会は、科学技術の進展や国際化、情報化、高齢化などによって、今、大きく変わろうとしています。このような社会の変化の中で、人間や地球上のあらゆる命がのびのびと生きていくためには、人や自然を大切にしながら、共に生きていこうとする優しく大きな心をもつことが求められています。

わたしたちは、この理念を「地球となかよし」というコンセプトワードに込め、社会のさまざまな場面で人間の成長に貢献していきます。

- 北海道支社 〒060-0003 札幌市中央区北3条西3丁目1-44 ヒューリック札幌ビル 6F
TEL: 011-231-3445 FAX: 011-231-3509
- 函館営業所 〒040-0011 函館市本町6-7 函館第一生命ビルディング3F
TEL: 0138-51-0886 FAX: 0138-31-0198
- 東北支社 〒980-0014 仙台市青葉区本町1-14-18 ライオンズプラザ本町ビル 7F
TEL: 022-227-0391 FAX: 022-227-0395
- 中部支社 〒460-0011 名古屋市中区大須4-10-40 カジウラ・テックスビル 5F
TEL: 052-262-0821 FAX: 052-262-0825
- 関西支社 〒541-0056 大阪市中央区久太郎町1-6-27 ヨシカワビル 7F
TEL: 06-6261-9221 FAX: 06-6261-9401
- 中国支社 〒730-0051 広島市中区大手町3-7-2 あいおい損保広島ビル 5F
TEL: 082-249-6033 FAX: 082-249-6040
- 四国支社 〒790-0004 松山市大街道3-6-1 岡崎産業ビル 5F
TEL: 089-943-7193 FAX: 089-943-7134
- 九州支社 〒810-0001 福岡市中央区天神2-8-49 福岡富士ビル 8F
TEL: 092-781-2861 FAX: 092-781-2863
- 沖縄営業所 〒901-0155 那覇市金城3-8-9 一粒ビル 3F
TEL: 098-859-1411 FAX: 098-859-1411