

coMpass

コンパス

新しい教科書の
ココに注目！

coMpass は教育出版が
発行する情報誌です

平成 24 年度から教科書が新しくなります



教育出版

コンパス

[目次]

巻頭言 新しい教科書で、授業に対する意識改革をしよう! …… 坂井 裕 3

特集 “新しい教科書のココに注目!”

- 基礎的・基本的な内容の習得を図るための教科書の工夫 …… 京極 邦明 4
- 数学的な思考力・表現力の育成 …… 金本 良通 7
- 数学を深め広げる場面の充実 …… 山崎 浩二 10

連載

- 数学的活動へのイノベーション …… 吉野 茂 12
- 日ごろの授業から …… 大塚 みずほ 14

教育現場とリンク

教育出版

エデュコネット

入会金・会費は無料です!



EducoNet の会員を募集しています!

会員の皆様に、インターネットを通じて教育情報をご提供します。

EducoNet
とは…

教育関係者専用 のWEBサイトです。

役立つ資料・情報の宝庫 です。

- 教育情報 …… 教育界の動向等の情報提供
- 教科のページ …… 年間指導計画・評価基準・高校シラバス・教科別お役立ちコーナー・編集部からのお知らせなど
- メールマガジン …… 教育関連情報をタイムリーに発信

会員は…

- ◆ 会員専用のコンテンツにアクセスできます。
- ◆ メールマガジンが定期的に配信されます。

申し込みを受け付け後、ID・パスワードを勤務先に郵送します。

教育出版EducoNet会員登録について

★WEBにて受け付けています!!
教育出版ホームページまたは
<http://educonet.jp/entry.html> に
アクセスしてください。

※個人会員のほかに、教育委員会・学校単位での申し込みも受け付けます。

教育出版ホームページの主な内容
<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>

EducoNet (会員制)

- ・ 年間指導計画
- ・ 評価基準
- ・ 教科別お役立ちコーナー
- ・ 教科通信
- ・ ニュースレター
- ・ 各種教育情報
- ・ 編集部から
- ・ メールマガジン

■ 情報提供

… 教育情報 総合的な学習 研究会日程

■ 各種リンク集

■ ご案内

… 教科書内容 教師用指導書 教材品

■ 教科書関連資料・写真館

■ 新刊書紹介

■ もの知りテーマパーク

■ 地球時代の教育情報誌Educo

基礎的・基本的な内容の 習得を図るための教科書の工夫

京極 邦明

〔福岡教育大学教職大学院教授〕

1 基礎的・基本的な内容の習得

『学習指導要領解説～数学編』の数学科の目標を解説している箇所では、基礎的・基本的な内容の習得について、次のように述べられている。

身に付けるべき基礎的・基本的な内容の習得を重視するとともに、その背景にある原理・法則についての理解を深めながら、原理・法則の理解に裏付けられた確かな知識及び技能を習得するようにする必要がある。

原理・法則の理解に裏付けられた確かな知識及び技能ということが強調されているのは、新しい知識の獲得や問題解決の際に活用できるような基礎的・基本的内容を身につけることが要請されているということをも物語る。教科書においても、上述のことを踏まえた対応が必要である。新しい教科書においては、数学的活動の場面はもちろん、章の導入での〔〇〇を学習する前に〕、章末の〔学習のまとめ〕、本文中の〔気をつけよう〕など様々な場面で活用できるような基礎的・基本的な内容の獲得を意図した紙面構成を行っている。

2 【〇〇を学習する前に】の役割

章の導入には、既習事項の復習をするために、【〇〇を学習する前に】が設定され

ている。これは、基礎的・基本的な内容を確認して、章の学習内容と関連づけることをねらいとしているが、関連の仕方には3つのタイプがある。以下、タイプごとにみていくことにしたい。

(1) 章の内容と直結する既習事項の確認

3年2章「平方根」では、定義に直結する内容の定着を確認しておくために、次のような復習問題が設定されている（3年p.44）。

次の数はどのような数を2乗したものですか。	
(1) 64	(2) $\frac{9}{16}$

(2) 学習内容の類似性を考えさせる

例えば、3年5章「相似」では、三角形の合同条件を確認させている。これは、三角形の相似条件を類推させることを意図したものである。

(3) 概念の拡張や変容を図る布石

1年4章「比例と反比例」では、表で示されたいくつかのともなって変わる数量の関係の中から、比例と反比例を特定させている。これは、式で関係を判断するという定義の変換の布石としての意味を持っている。

各章での学習は、基礎・基本を活用して新しい内容を習得することがねらいである。同時に、基礎・基本の理解を深めることも

目指している。例えば、3年1章「式の計算」で、 $-2(a-3b)$ を計算するとき、分配法則 $a(b+c)=ab+ac$ を活用する。このとき、 a は数だけでなく、単項式でもよいという、分配法則の理解の深まりを想定している。

3 実感的な理解につながる数学的活動

数学的活動に取り組みさせるねらいの一つは、基礎的・基本的な内容を確実に身につけることである。明確に数学的活動と位置付けられたものに加えて、以下のような学習内容に関しても、数学的活動が意図され、実感的な理解を目指している。

(1) 数や図形の性質などを見いだす

1年1章「正の数、負の数」における「異符号の2数の和」(1年 p.20～21)は、「既習の数学を使って、数や図形の性質などを見いだす」という意味の典型的な数学的活動の場面である。新しい教科書でも、「同符号の2数の和」での学習を基に、生徒自ら計算のしかたを考え、図や言葉や式を用いて「異符号の2数の和」の求め方を見いだすように構成している。

たいちさんの班の2回の移動とその結果は、次のように表すことができる。

- (1 回目の移動)…… -3 km
- (2 回目の移動)…… $+2$ km
- (移動した結果)…… km

上のような場面を設定し、数直線に図示させ、言語による記述をさせている。

問3 みきさんの班の例にならって、たいちさんの班の2回の移動とその結果を右の数直線上に表し、上のをうめなさい。また、そのことを式で表しなさい。



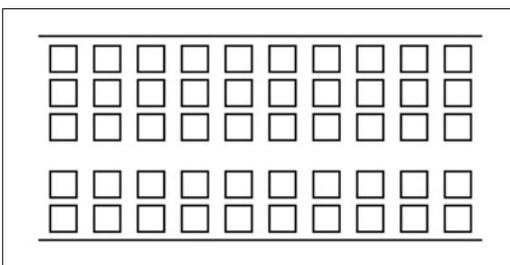
問4 異符号の2数の和について、次の問いに答えなさい。
 (1) 符号について、どのようなことがいえますか。
 (2) 絶対値について、どのようなことがいえますか。

(2) 筋道立てて説明し伝え合う活動

2年2章「連立方程式」の導入では、次のような問題が設定されている(2年 p.37)。

19人で3人がけの座席と2人がけの座席に空席をつくらないように座るとき、3人がけ、2人がけをそれぞれ何列使う座り方が考えられるでしょうか。

生徒は下図のような正方形のますを塗るなどの活動を通して、この単元での学習内容につながる着想をつかむようになっている(実際には下の図が4組用意されている)。これは「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し、伝え合う活動」という意味での数学的活動である。



4 用語、定理等のデザインの工夫

数学で何か問題に取り組むときには、用語や定理などは必須の基礎的・基本的な内容である。新しい教科書でもそのことがよく伝わるように、色やデザインを工夫している。

(1) 用語、表記など

用語の説明の箇所はすべて黄色のアミをかけ、目立つようにしている。ただし、1年 p.15 などのように、表記のしかたや読み方について示しているものもある。

-2 が -5 より大きいことを、記号 $<$ 、 $>$ を使って、
 $-5 < -2$ または $-2 > -5$
 のように表す。
 数の大小を表す記号 $<$ 、 $>$ を **不等号** という。

(2) 定理, 性質, 規約など

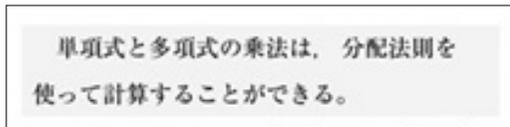
1年 p.61 などのように, 特に重要な定理, 性質, 規約などは, 黒板の図を使って示している。



その章や節の主たる学習内容でないものや活用の頻度が比較的低いものは, 黒板を使わずに囲みだけで示している。例えば, 「交換法則」や「平行移動の性質」の場合がこれにあたる。また, 1年1章「正の数, 負の数」の「四則やかっこの混じった式の計算順序」のように, 手順そのものが小学校で学習したことと同様な場合は, 黒板の図で示していない。

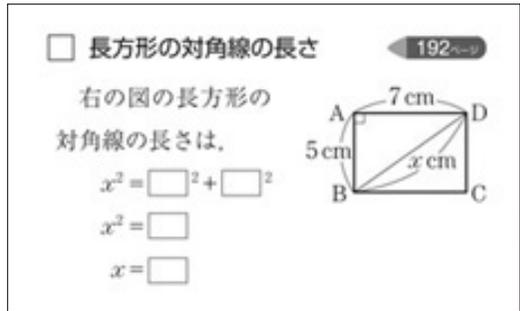
5 章末の [学習のまとめ]

本文中で記述してある重要なことがらをここで再掲し, 再確認している。基礎的・基本的な内容と考えられる用語, 定理などを確実に習得させる必要があるからである。さらに特筆すべきことは, それぞれの適用題を添えて, 基礎的・基本的な内容が着実に定着しているかどうかを確認できるようにしてあることである。単に適用題を課すのではなく, 適宜補充をしながら基礎・基本を確認させることも特徴である。例えば, 3年「式の計算」では, 単項式と多項式の乗法のしかたとその適用題の例を次のように示している (3年 p.39)。



$$3x(x+4y) = 3x \times \square + 3x \times \square \\ = \square x^2 + \square xy$$

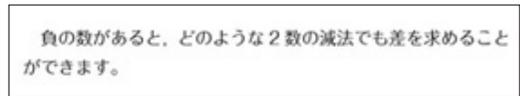
中には, 本文の [例題] や [たしかめ] と同じレベルの問題が, 部分完成の形で出されることもある。例えば, 3年7章「三平方の定理」で, 本文の [例題] と同レベルの問題が [学習のまとめ] でも扱われている (3年 p.201)。



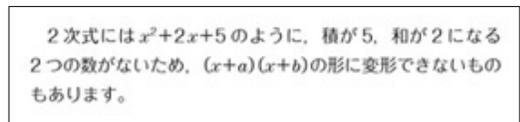
このように [学習のまとめ] は, 再掲された簡潔な学習内容と適用題を合わせて扱うことで, 基礎的・基本的な内容の確実な定着を図ることができるようになっている。

6 欄外コラムの中での扱い

欄外コラムの中には, 本文の内容を補足し, 基礎的・基本的な内容を補強するものがある。例えば, 1年1章「正の数, 負の数」には, 次のような記述がみられる (1年 p.25)。



また, 3年1章「式の計算」には,



という記述がある (3年 p.26)。これらは, 学習内容を学び直す視点を与えてくれるので, 効果的に活用したい。また, 「気をつけよう!」では, 間違いを起こさないように注意を喚起するとともに, 基礎的・基本的な内容を確認させる機会を与えているので, 効果的に生かしていきたい。

数学的な思考力・表現力の育成

金本 良通 [埼玉大学教授]

1 はじめに

「数学的な思考力・表現力」という言葉は、中央教育審議会答申（平成20年1月）の中の次の記述からスタートする。

「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」

この言葉をどう受けとめるかについては、第1に、学習指導要領改訂の全体では「思考力・判断力・表現力その他の能力」の育成が強調されており、「思考力・表現力」はその広がり意識される必要がある。そのことから、例えば、判断力は思考力の中に位置づけるという理解がされたりする。

また、第2には、特に表現力の育成を教科の目標に位置づけるにあたって、思考力と関連させつつ位置づけるという、思考と表現との本質的な関係性を踏まえた取り扱いを意識する必要がある。その意味で、「思考力・表現力」はそれらの関係性を強調し

つつ「思考力・判断力・表現力その他の能力」の中で焦点化しているということができる。

さらに、第3に、学校教育法の中での学力規定の中の「知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力その他の能力をはぐくむ」という項目は、数学的な思考力・表現力の育成が、この「知識・技能を活用して課題を解決するために」という文脈の中に位置づいていること、したがって、「活用」を念頭に置いた思考力・表現力の育成を期待していることを明確にしている。これらの文脈が、学習指導要領の改訂、全国学力・学習状況調査の「活用」問題の作成、そして、観点別学習状況評価の観点「思考・判断・表現」＝「数学的な見方や考え方」と評価規準へ貫かれることとなる。

このような“広がり”と“焦点化”の文脈を理解しておくことが、授業実践の質と豊かさを生み出すにあたって重要であると考えている。そして、このような文脈の上に、指導内容としての数学的活動が位置づいており、それらの数学的活動の充実が求められている。

2 数学的な思考力・表現力の精緻化

数学的な思考力・表現力の提言は、学習指導要領、全国学力・学習状況調査、観点別学習状況評価の観点「思考・判断・表現」＝「数学的な見方や考え方」とその評価規

準へと精緻化されている。精緻化とはどのようなことなのか。具体的に見てみよう。『学習指導要領解説～数学編』に、2年の一次関数に関して次の記述がある。

「例えば、水を熱した時間と水温の関係を調べる実験を基に、水がある温度になるまでの時間を予測することをねらいとする。また、その過程において、実験や観察の結果を理想化したり単純化したりすることで一次関数とみなし、表、式、グラフを用いて処理し予測できることのよさを知り、事象の考察に生かせるようにする。」

そして、観点「数学的な見方や考え方」の評価規準として、次のものが挙げられている(国立教育政策研究所,平成22年11月)。

- ・ 具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が一次関数であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴をとらえ、説明することができる。
- ・ 具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして一次関数とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。
- ・ 一次関数を用いて調べたり、予測したりした結果が適切であるかどうか振り返って考えることができる。

これらは、数学的な思考力・表現力を一次関数の指導において精緻化したものといえる。一次関数の学習プロセスにおいて、このような姿の実現が期待される。

ところで、このような精緻化は、全国学力・学習状況調査の「活用」問題作成の枠組み(次表)で示されている「数学的なプロセス」とも密接に関連している。いわば、この「数学的なプロセス」に示されていることを、一次関数などの個々の内容の学習プロセスにおいて実現していくことが、数学的な思考力・表現力の精緻化された姿の実現であると言える。なお、数学的な表現力は、表中の a3 の項目に限定されること

なく、他の $\alpha\beta\gamma$ の各項目に伴う表現活動も含むととらえておきたい。

(表3) 主として「活用」に関する問題作成の枠組み

活用する力	活用の文脈や状況	主たる評価の観点	活用される数学料の内容	数学的なプロセス
a1	知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力	数学的な見方や考え方の考察	数と式	a1 日常生活の事象を数学化する a1(1) ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること a1(2) ものごとの特徴を的確にとらえること a1(3) 理想化、単純化すること a2 情報を活用すること a2(1) 与えられた情報を分類整理すること a2(2) 必要な情報を適切に選択し判断すること a3 数学的に解釈することや表現すること a3(1) 事象を数学的に解釈すること a3(2) 解決の結果を数学的に表現すること
b1	様々な課題解決のための構想を深めて実践し評価・改善する力	数・図形などについての考察	数、図形	b1 課題解決のための構想を立て実践すること b1(1) 問題を立てて考えること b1(2) 公式や証明(説明)の方針を立てること b1(3) 方針にもとづいて証明(説明)すること b2 結果を評価し改善すること b2(1) 結果を振り返って考えること b2(2) 結果を改善すること b2(3) 発展的に考えること
γ	上記 a, b の両方にかなわる力	数・図形などについての知識・理解	数、図形	γ1 数の事象との関係をとらえること γ2 数の事象を統合すること γ3 事象的にものを考えること

3 教科書での例から

前述の一次関数の事例について、2年 p.91 に例題1「水を熱した時間と水温」がある。問1では、一次関数であるかどうかを判断し、また、その理由を述べさせようとしている。問2(4)では、予測もさせている。さらに、授業では、これらの結果が適切であるかどうかを振り返って考えていくことが大切であり、また、それが実現できる教科書の構成になっている。

例題1 水を熱した時間と水温

水を熱したときの水温の変化を調べる実験をした。水を熱し始めてから x 分後の水温を y °C として、6分後までの水温を1分ごとに調べた。下の表のようになった。

x (分)	0	1	2	3	4	5	6
y (°C)	12.0	17.2	23.7	29.3	33.4	40.0	45.1

水温が80°Cになるのは何分後かを手懸てみよう。

問1 上の表の x , y の値の組を相関とすると、水温の変化のようすを調べよ。

問2 みさきさんは、上の表や右の図を見て、「 y は x の1次関数とみることができる」と考えました。みさきさんがそのように考えた理由を説明しなさい。

問3 問2について、次の問いに答えなさい。

- (1) 右上の図に、2点(0, 12), (5, 40)を通る直線をかき入れなさい。
- (2) (1)の直線の式を求めなさい。
- (3) (1)の直線の y 軸上の切片と傾きは、それぞれ何を意味していますか。
- (4) 水温が80°Cになるのは、おおよそ何分後と考えられますか。

また、2年 p.94 に例題3「移動した時間

と道のり」がある。日常的な事象を数学化し、グラフを用いて表現している。そして、グラフからその事象の特徴を読み取ったり判断させたりしている。

例題3 移動した時間と道のり

けんたさんは、駅を出発し、3km離れた美術館まで歩いて行った。まいさんは、けんたさんが出発してからしばらくした後に自転車で乗って駅を出発し、途中で一度だけ休憩して、けんたさんと同じ道を通って美術館まで行った。

下の図は、けんたさんが駅を出発してから時間を x 分、駅からの道のりを y kmとして、けんたさんとまいさんの進んだようすをグラフに表したものである。

(1) まいさんは、途中で何分間休憩したかを求めてみよう。

(2) まいさんがけんたさんに追いついたのは、けんたさんが駅を出発してから何分後かを求めてみよう。

解説

(1) 休憩しているときは同じ場所にいるので、駅からの道のりは変わらない。グラフでは、30分と40分のところである。したがって、まいさんは、35分後から40分後までの5分間休憩した。 答 5分間

(2) けんたさんのグラフとまいさんのグラフの交点で、まいさんがけんたさんに追いついたことを表している。交点の x 座標は45であるから、まいさんがけんたさんに追いついたのは、けんたさんが駅を出発してから45分後である。 答 45分後

例題3まで、まいさんは休憩の前と後のどちらの方が自転車で速く走りましたが、また、そのことはグラフからどのように読みとれますか。

例題3まで、ほかにもグラフからわかることをいくつかあげてください。また、グラフからどのように読みとったかを説明してください。

連続する整数を、文字を使って表すことを考えてみましょう。

3,4のように2つの連続する整数では、和の整数はその前の整数より1だけ大きくなっていきます。

したがって、前の整数を n とすると、あとの整数は $n+1$ と表すことができます。

連続する3つの整数の和は3の倍数になります。この理由を、文字を使って説明してみましょう。

最も小さい整数を n とすると……

真ん中の整数を n とすると……

この学習プロセスにおいて、p.27の「予想しよう」では具体的な連続する3つの整数の和を求め、どのような性質があるかを帰納的に考えさせている。そして、その後、3の倍数になることの理由を文字を使って説明することを求めている。数学的な思考力・表現力が培われていく場面である。

見どころ 最も小さい整数を n として説明した場合と、真ん中の整数を n として説明した場合とは、それぞれどのようなよさがあるかを話し合ってみよう。

見どころ 説明を読み直して、「連続する3つの整数の和は3の倍数になる」ということのほかにも、どのようなことがいえるかを話し合ってみよう。

2年 p.27～28 を見てみよう。数学的活動として特に重視している活動が位置付いている。「連続するいくつかの整数の和には、どのような性質があるかを調べてみましょう。」である。前時までに、2つの数の和を考えることなど、文字を使って整数の性質を説明する学習に取り組んでいる。この経験を基に発展させて、連続する3つの整数の和について考え説明する課題である。数学的活動の中の「数や図形の性質などを見だし発展させる活動」、「根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」を通じた学習である。

まず、連続する3つの整数の和について考えてみましょう。

例題 連続する3つの整数の和には、どのような性質があるかを予想してみましょう。

1+2+3=□
2+3+4=□
3+4+5=□
10+11+12=□

具体的な整数で調べてみよう。

p.28では、「話し合おう」で、どの整数を n として説明するかを振り返り、その方法の特徴やよさを話し合うことを促している。さらには、その式を用いた説明を振り返って、新たな性質を見いださせようとしている。思考と表現が一体となって、思考が深まっていくようにしている。また、その過程で、数学的な表現も質的に高めることができる。

数学的な思考力・表現力の育成は、このようにして高めていくことができる。新しい教科書の各単元において示されている学習に埋め込まれた「数学的なプロセス」、そして数学的活動を通して、それぞれの単元の内容に応じた思考力・表現力が培われていく。さらに、それら単元を貫いて存在する「数学的なプロセス」が繰り返し実現され蓄積されていくことが重要である。このようなことに留意した授業実践を、ぜひ期待していきたい。

数学を深め広げる場面の充実 ～「つなげる」眼，「ひろげる」眼を育むこと～

山崎 浩二 [岩手大学准教授]

1 数学を深め広げること

数学で学習したことを基にして，興味深い問題に挑んでいく。あるいは，数学で学習したことを使って，身のまわりの問題を解決していく。生徒は，このような活動を通して，数学の学習の楽しさや大切さを実感していくのではないだろうか。

数学の学習内容をさらに深めたり広げたりする活動を通して，生徒の数学的な力をより豊かなものにしていくことが期待できる。

新しい教科書では，このような活動ができるように，本文中には[チャレンジコーナー]や[数学ミニ事典]，章末には[数学の広場]や[ジャンプ]，そして巻末には[自由研究]など，たくさんの内容が用意されている。

[チャレンジコーナー]には，章や節で学習した内容を活用できるように，興味深い問題が提示されている。[数学ミニ事典]では，数学にまつわる楽しい話題が紹介されている。また[数学の広場]では，その章で学習した内容をさらに発展させ，数学的に考えていく問題を用意している。[ジャンプ]では学習指導要領の範囲を超えた「発展的な学習内容」が，そして巻末の[自由研究]では，総合的な内容がそれぞれ設定されている。

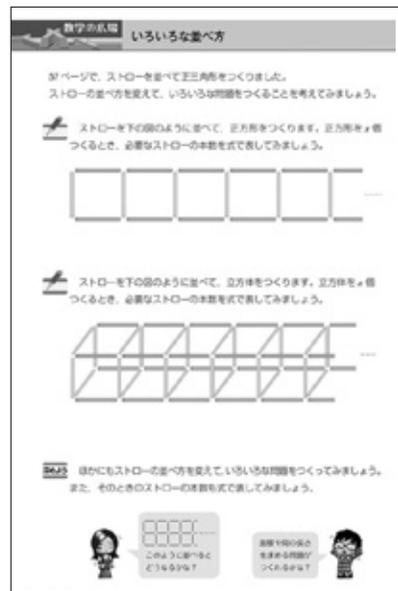
1～3年の教科書で，[チャレンジコーナー]が39例，[数学ミニ事典]が22例，[数

学の広場]は16例，[ジャンプ]が8例，そして[自由研究]は13例と豊富な内容が盛り込まれている。生徒と一緒にぜひ楽しんでほしいものである。

2 学習内容を深めること

学習したことをさらに深めることで，その問題に含まれる関係や性質を見つけたり，より一般的な関係へと高めたりしていくことができる。

たとえば，1年の[数学の広場]では，次のような例が掲載されている（1年 p.88）。



どちらも，つくる形の個数とそれに必要となるマッチ棒の本数の関係について，そ

それぞれ $1 + 3n$ と $4 + 8n$ という式に表せることが求められる。しかし、ここでは、2章の導入 [Let's try] で三角形に並べた場合とも関連づけて、形が正方形や立方体へと変わっても、変わらないものがあることにも気づかせていきたい。たとえば、規則的に増えていく関係（しくみ）は、形が変わっても変わっていない。三角形や正方形の場合で使った求め方の中には、立方体の場合でも同じように使えるものもある。

これらのことは、生徒がさらに形や並べ方を変えて新たな問題をつくり、それらを考えることで、より確かなものとなる。このような活動を通して、一つの問題のもつ関係がより「深まる」。問題どうしのしくみや関係についても着目していくことは、問題の数だけ解き方を覚えなければいけないと思っている生徒にも効果的な指導となる。「これはあの問題と似ている」、「この関係はつねに変わらない」といった、数学的に「つなげる」眼を育てたい。

3 学習内容を広げること

学習したことを使って、いろいろな問題に挑戦させてみる。学習したことを「使う」あるいは「使える」という場面を取り入れていくことで、学習内容の守備範囲が「広がる」。

たとえば、文字を用いた式を学習したら、数あてゲームに使ってみる（1年 p.78）。

計算マジック チャレンジコーナー

次のア〜カの順序で、計算をしてみましょう。

- ア 整数を1つ思い浮かべる。
- イ その数に4を加える。
- ウ イの結果を3倍する。
- エ つの結果から6をひく。
- オ エの結果を3でわる。
- カ オの結果から、最初に思い浮かべた整数をひく。

① いろいろな整数で、計算を試みましょう。
② ①の結果から、どのようなことが予想できるでしょうか。また、そのことが正しいことを説明してみましょう。

同様の課題は、2年にも用意されている。3年でも扱える問題に広げることできる。「なぜいつも同じ数になってしまうのか」、その理由を考える場面を授業に中に仕組むこともよい。自分たちで、新たな数あてや誕生日あてなどの方法をつくり出すのも面白いだろう。

数学の学習を「ひろげる」眼を育てることで、数学の授業をより豊かなものにできる。

4 深めたり広げたりする活動の意義

数学の指導は、まずは基礎・基本が大事であり、それが身につかなければ、とても深めることなど無理だと思うかもしれない。数学の学習を広げる時間があるのなら、早く次の内容へ進めておきたいという立場もあろう。そもそも「数学の学習を深めることは、数学に興味のある生徒だけがやればよい」といった意見もあるかもしれない。

しかし、数学の学習を深め広げていく指導は、普段の数学の指導を円滑にしていくことにもつながる。

たとえば、1年の比例の学習で、 $y = ax$ の $a > 0$ の場合の学習した後で、「もし、……だったら？」と考える眼が育っていれば、「もし、 a が負の数になったら同じように比例の関係は成り立つのだろうか?」、「グラフはどんな形になるのだろうか?」という問いかけは生徒にとってごく自然なものとなる。場合によると、教師が投げかけなくても、そのような問いをもつ子が出てくるかもしれない。少なくとも、「次の授業は、教科書の○ページをやります」といった形式的な投げかけより、授業をつなげやすくするのはないだろうか。

数学的に「つなげる」眼や、数学的に「ひろげる」眼を育むことによって、一人でも多くの生徒が、目の前の数学の問題をわくわくしながら考えていってくれるようにしたいものである。

数学的活動へのイノベーション

封筒から作る四面体の考察を通して

吉野 茂

[東京都杉並区高井戸中学校主幹教諭]

1 はじめに

お菓子やティーバッグなどの包装が、下の写真のような四面体（テトラ型）になっているのを見かけたことはないだろうか。



今回は、これを題材とした、第3学年「B図形」の(3)イにおける数学的活動の例を紹介しよう。各自が四面体を手元に置き、観察や操作をしながら、三平方の定理を活用することにより、空間図形の計量についてさらに深く考察できるようになったことが実感できるような授業展開を期待したい。

2 テトラパックを作ろう

図1

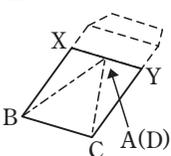


図2

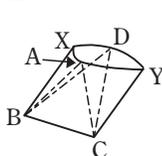
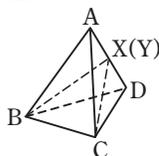


図3



この「テトラパック」と呼ばれる立体は、図1～3のように、封筒（使用済みで十分）を用いて簡単に作ることができる。以下にその手順を簡単に示す。

<手順>

- ① 封筒を底辺BCと平行な線で切り取り、XYの中点をA(D)とする。(図1)
- ② ABとACおよびDBとDCに折り目をつけて、切り口XYを開く。(図2)
- ③ 点XとYが重なるように切り口をテープなどで貼って完成させる。(図3)

参考1

封筒のサイズは、「長3」という規格のものがよい。A4判の書類を定形郵便で送ることのできるごく一般的なものなので、使用済みのものも比較的に見つけやすい。また、封筒の幅（底辺部分）の長さが120mmで、後述の体積問題においても計算しやすい数値である。

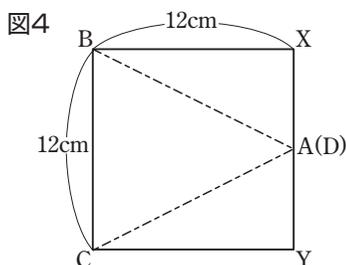
参考2

封筒の「のりしろ」部分の位置によって、センター貼りとサイド貼りの2タイプがあるが、ABなどの折り目を作ったり、立体の側面を切り開いたりする（詳細後述）には、サイド貼りの方が作業しやすい。

3 いろいろなサイズで切ってみよう

この立体は、手順①のXYを切る位置を変えることによって、いろいろな四面体を作ることができる。

図4は、封筒の幅と同じ長さで切り取った場合を示している。折り目にそって組み立てさせた後、この立体の高さや体積を求めることができるかどうかを考察させよう。



この立体の内部の様子を調べるためには、図5のように上面のAHに切り込みを入れて、手前の半分を折りたたむとよい。(図6)このときの、 $\triangle AHD$ がどんな三角形になるかを確認すれば、上記の課題は容易に解決される。

図5

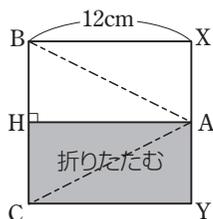
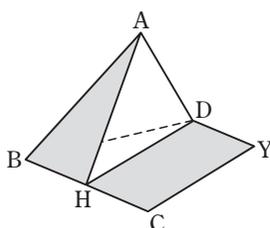


図6



次に、違うサイズで切ることを考えよう。

図7

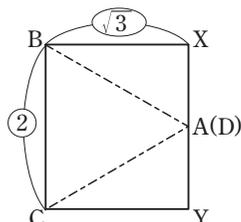


図8

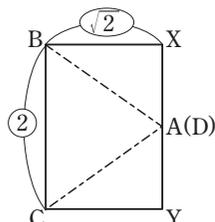


図7は、 $BC:BX = 2:\sqrt{3}$ の場合、図8は、 $BC:BX = 2:\sqrt{2}$ の場合である。このような比率で切るための作図方法についても確認しておきたい。

図9

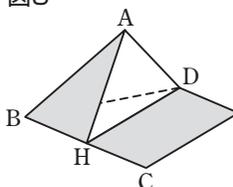


図10

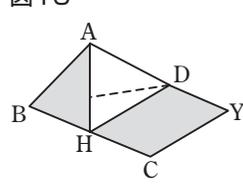


図9、図10は、それぞれ図7、図8を組み立て、内部が見えるように切り開いた場合を示している。

図9により、正四面体の内部を覗くことができる。正四面体の平面図と組み合わせながら、高さがどのような位置に現れるかを考察させたい。特に、未習の重心の話を持ち出さなくても、生徒は自ら手がかりを発見するはずである。

図10の $\triangle AHD$ は直角三角形といえるのだろうか。ここでは、三平方の定理の逆についても振り返ることができる。

この課題に興味・関心をもった生徒たちは、さらに違う切り方によって様々な発見を楽しんでいくことだろう。

4 おわりに

実際に目の前に立体を置いた考察は、見取図だけでは味わえない貴重な体験となる。「3次元の中の直角三角形を見抜く眼」をじっくり養うことにも大いに貢献するはずである。「空間」を数学的に分析するための礎として大切なこの定理を、このような課題を通して実感をともなった理解につなげていきたいものである。

「比例のグラフ」 ～何で直線なの？～

大塚 みずほ

【お茶の水女子大学附属中学校教諭】

中学校1年の「比例と反比例」で、比例のグラフを初めて学習する授業であった。黒板に「 $y = 2x$ 」と書き、前回の授業の復習も兼ねて、 x と y の関係を表にまとめる作業をした。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-6	-4	-2	0	2	4	6	…

ここまでは、いたって普通の授業という感じだったのだが……、グラフをかくための用紙を配ったときである。用紙を受け取るなり、数人の生徒が定規を持って、何のためらいもなく線をひき始めた。

教師：ちょっと待て！

生徒：何で？？

(どうせかくんでしょ…という雰囲気)

教師：その線の意味は何？

生徒：え…だって、比例だから……。

生徒：小学校でも習ったよね……。

教師：比例だったら、どんなものでも線をひけばいいの？

確かに比例のグラフは直線になると小学校で習っており、生徒たちは私が何を言っているのかわからない、という感じだった。私は続けて次の例を出した。

例1：1人に2個ずつ x 人にアメを配るとき、アメは y 個必要である。

例2：1秒間に2cmずつ進むとき、 x 秒間で y cm進む。

教師：この2つの例について、 y を x の式に表すとどうなりますか。

生徒： $y = 2x$ です。

教師：この2つの例には大きな違いがあるんだけど、それは何だと思いますか。

生徒：同じ式だから違いなんてないよ。

生徒：……、あつ、 x に入る数が違う！

(クラス全体ではまだわからない様子)

生徒：例2の方は x にどんな数を入れてもいいけど、例1の方は入れられない数があるよ。

生徒：0.5人とか $\frac{1}{3}$ 人とかできないよね。

ここまできると、前半で私がグラフの線の意味を聞いた理由を理解した生徒が出てきた。理由を理解した生徒に前に出てきてもらい、直線では例1の問題を表すグラフとして適さないことを説明してもらった。

教師：では、比例のグラフが直線になるのはどんなときかな？

大切な前提として、 x の変域をすべての値としたときに、 x の値を細かくして点をとっていくと、点が集まって直線になることをクラス全体で確認した。

比例のグラフを知識として知っている生徒も、そうでない生徒も、自分の作業を見返すよいきっかけとなった。

『数学的文化化—算数・数学教育を文化の立場から眺望する—』

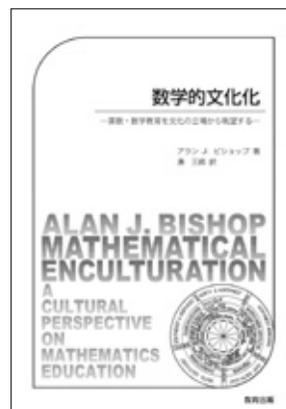
新刊

アラン J. ビショップ 著 湊 三郎 訳

定価 4,200 円 (税込)

「数学」と聞くと
身震いが生じる……

数学恐怖症や多数の落ちこぼれを生み出す西欧の数学教育はどこに問題があるのか。アラン・ビショップ氏はこの問題を解き明かし、教師のあるべき姿に貴重な示唆を与える。



『日本の算数・数学教育に学べ
米国が注目する jugyou kenkyuu』

J.W. スティグララー／J. ヒーバート 著 湊 三郎 訳

定価 2,310 円 (税込)

教育改善を目指す米国の研究者たちは、日本の学校教育・教員研修に活路を見いだした！



『数学トレッキングツアー』

東京理科大学数学教育研究所 編 定価 1,890 円 (税込)

『数学トレッキングツアー 2』

東京理科大学数学教育研究所 編 定価 1,680 円 (税込)

東京理科大学生涯学習センター主催の「数学を楽しむ講座 空間『無限』への招待」での講演内容を再構成。東京理科大学創立 125 周年に合わせて刊行。



第9回 地球となかよし

メッセージ 作品募集(2011年度)

「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたことを、
写真(またはイラスト)にメッセージをつけて表現してください。

応募資格

小学生・中学生(数名のグループ単位での応募も可)

作品テーマ

- ①身のまわりの自然が壊されている状況を見て感じたことや、自然環境や生き物を守るための取り組み
- ②さまざまな人との出会いを通して、友好の輪を広げた体験、異文化交流、国際理解に関すること
- ③その他、「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたこと

応募期間

2011年7月1日～9月30日
詳細は「優秀作品展示室」とあわせてホームページをご覧ください。

2010
入選作品

「家族の一員」



ふと外を見ると舌を出し、幸せそうに飼い主と一緒に散歩をしている犬を見て、つられて笑顔になった。ペットは、人々の心を癒し、落ち着かせたり、楽しませてくれたり、人々のために貢献しているのに対し、私たちはどうだろうか。

ある人は虐待を繰り返し身勝手な行為でペットを苦しめている。約四十万頭というのは、年間、犬や猫が殺処分されている数、これが今起こっている現状だ。しかしペットはいくら放っておかれ、捨てられても愛し続け、いつかきっと迎えに来てくれると願いながら待っている。ここまで思う涙はただ一つ、彼らには新しい家もないし、家族だからだ。

一度、ペットの視点を試してみようだろうか。奪い命が一つ減らずに済み、一歩「地球となかよし」に近づけることが出来るかもしれない。

◎主催/教育出版 ◎協賛/日本環境教育学会
◎後援/環境省、日本環境協会、全国小中学校環境教育研究会、毎日新聞社、毎日小学生新聞
*協賛・後援団体は昨年実績で、継続申請中です。

応募者全員に
参加賞が
もらえるよ

応募の決まりなど詳しくはホームページを見てね

<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>

 **教育出版**

「地球となかよし」事務局
TEL 03-3238-6982 FAX 03-3238-6975
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町 2-10

中学数学通信 coMpass (2011年 春号) 2011年3月31日 発行

編集: 教育出版株式会社編集局
印刷: 大日本印刷株式会社

発行: 教育出版株式会社 代表者: 小林一光
発行所: **教育出版株式会社**
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10 電話 03-3238-6864 (お問い合わせ)
URL <http://www.kyoiku-shuppan.co.jp>



なかよし宣言

わたしたちをとりまく自然や社会は、科学技術の進展や国際化、情報化、高齢化などによって、今、大きく変わろうとしています。このような社会の変化の中で、人間や地球上のあらゆる命のびのびと生きていくためには、人や自然を大切にしながら、共に生きていこうとする優しく大きな心をもつことが求められています。

わたしたちは、この理念を「地球となかよし」というコンセプトワードに込め、社会のさまざまな場面で人間の成長に貢献していきます。

- 北海道支社 〒060-0003 札幌市中央区北3条西3丁目1-44 ヒューリック札幌ビル 6F
TEL: 011-231-3445 FAX: 011-231-3509
- 函館営業所 〒040-0011 函館市本町6-7 函館第一生命ビルディング3F
TEL: 0138-51-0886 FAX: 0138-31-0198
- 東北支社 〒980-0014 仙台市青葉区本町1-14-18 ライオンズプラザ本町ビル 7F
TEL: 022-227-0391 FAX: 022-227-0395
- 中部支社 〒460-0011 名古屋市中区大須4-10-40 カジウラテックスビル 5F
TEL: 052-262-0821 FAX: 052-262-0825
- 関西支社 〒541-0056 大阪市中央区久太郎町1-6-27 ヨシカワビル 7F
TEL: 06-6261-9221 FAX: 06-6261-9401
- 中国支社 〒730-0051 広島市中区大手町3-7-2
あいおいニッセイ同和損保広島大手町ビル 5F
TEL: 082-249-6033 FAX: 082-249-6040
- 四国支社 〒790-0004 松山市大街道3-6-1 岡崎産業ビル 5F
TEL: 089-943-7193 FAX: 089-943-7134
- 九州支社 〒810-0001 福岡市中央区天神2-8-49 ヒューリック福岡ビル 8F
TEL: 092-781-2861 FAX: 092-781-2863
- 沖縄営業所 〒901-0155 那覇市金城3-8-9 一粒ビル 3F
TEL: 098-859-1411 FAX: 098-859-1411