

coMpass

コンパス

● **学習意欲を高める**
章の導入

coMpass は教育出版が
発行する情報誌です



教育出版

コンパス

[目次]

巻頭言 導入課題は、新しい数学との出会い・・・山崎 浩二 3

特集 学習意欲を高める章の導入

- 「分からないからやってみない」導入の実践・・・村松 還 4
- 連立方程式と確率の導入について・・・押野 直人 7
- 操作活動を通して、楽しみながら取り組める課題・・・保格 諭 10

連載

- 数学的活動へのイノベーション・・・吉野 茂 14
- 日本とフィンランドの教育を比較して・・・泉 一也 17

教育現場とリンク

教育出版

エデュコネット

入会金・会費は無料です!



EducoNet の会員を募集しています!

会員の皆様に、インターネットを通じて教育情報をご提供します。

EducoNet
とは...

教育関係者専用 のWEBサイトです。

役立つ資料・情報の宝庫 です。

- 教育情報.....教育界の動向等の情報提供
- 教科のページ.....年間指導計画・評価基準・高校シラバス・教科別お役立ちコーナー・編集部からのお知らせなど
- メールマガジン...教育関連情報をタイムリーに発信

会員は...

- ◆ 会員専用のコンテンツにアクセスできます。
- ◆ メールマガジンが定期的に配信されます。

申し込みを受け付け後、ID・パスワードを勤務先に郵送します。

教育出版EducoNet会員登録について

★WEBにて受け付けています!!
教育出版ホームページまたは
<http://educonet.jp/entry.html> に
アクセスしてください。

※個人会員のほかに、教育委員会・学校単位での申し込みも受け付けます。

教育出版ホームページの主な内容
<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>

EducoNet (会員制)

- ・ 年間指導計画 ・ 評価基準
- ・ 教科別お役立ちコーナー
- ・ 教科通信 ・ ニュースレター
- ・ 各種教育情報 ・ 編集部から
- ・ メールマガジン

- 情報提供
... 教育情報 総合的な学習 研究会日程
- 各種リンク集
- ご案内
... 教科書内容 教師用指導書 教材品
- 教科書関連資料・写真館
- 新刊書紹介
- もの知りテーマパーク
- 地球時代の教育情報誌Educo

導入課題は、 新しい数学との出会い

—数学の学習の楽しさ・よさ・大切さを伝える—

山崎 浩二 [岩手大学教授]

今年(西暦)は2013年である。ふと、2の2013乗の一の位の数字は?と思い立った。

答えは2である。一の位の数字の規則性がわかれば求められる。ふつうは、ここで終わるのだろう。でも、待てよ?「2のとき、2になった」のである。「3²⁰¹³ならば、3になる」かもしれない。調べてみるとやはり3になる。こうなると、次が気になる。4ならば4になり、5ならば5になる。何と、 n の2013乗の一の位の数字は、必ず n の一の位の数字になる。知的好奇心などと標榜するには甚だ拙いものだが、意の趣くままに考えるひと時はすこぶる楽しい。何よりも、2013という数が特別な意味をもつものにも見えてくる。

学習意欲を高める動機づけは、何よりも知的好奇心を刺激することである。単純に、やってみたい、楽しい、だから学ぶのである。「面白い」は、「本当のことがわかって、目の前が開けて明るくなる」ことに語源をもつ。新たな発見があったり、物事のしくみがわかったりすることで、夢中になり、そして本当に面白くなる。導入においても、課題の中に「おや?」「なぜ?」という不思議感や、「何かが隠れていないだろうか」という期待感を仕組めるとよい。

学習意欲をかりたてる動機づけには、もう一つある。それは、もっとできるようになりたい、よりよいものにしていきたい、といった、より高みを目指すことである。

いわゆる、達成感や向上心にうったえるもので、たとえば、数学のテストでもっとよい点を取りたい、などはわかりやすい事例である。これが内的な動機から湧き上がるならばよい。つまり、数学そのものの面白さやよさを感じて、もっとできるようになりたい、と思うならば問題はない。しかし、動機づけには、受験で成功したいから数学ができるようになりたい、などの外的なものもある。心理学の実験では、外的な動機づけが内的なものを上回ると、たとえ目的が達成されても心が健全な成長をしないことがあることも明らかになっている。その場合、数学の学習そのものへの意欲が育たないばかりか、むしろ数学の成績がよくても、数学が嫌い、となってしまう。大切なのは、数学の学習そのものに好意的になることである。そのためには、数学の学習のよさや大切さをきちんと伝えていくことである。導入においては、学習内容の意味や必要性をきちんと生徒に自覚させることであろう。

子どもたちは、導入課題を通して、新しい数学に出会う。

「先生、わかった。」、「あっ、そうか。」、「ちょっと待って。まだ考えているから。」生徒が思わず、そうつぶやくような場面を、新学期に出会った子どもたちとたくさん味わってほしいものである。

実践事例①

「分からないからやってみたい」 導入の実践

村松 還

〔静岡大学教育学部附属浜松中学校教諭〕

1 学びに誘うしくみの中のガイダンス

本校では、生徒が学びの価値や他教科・総合的な学習の時間とのつながりを実感しやすいように、すべての学びを大きく束ねて学習を構想している。そこで生徒には、学びの方向性を示すために、次のような3年間の学びの共通テーマを提示している。

かかわりあいとつながりの中で、今、そして未来をともによりよく生きる自分とは

また、各教科で3年間の学びの共通テーマをふまえ、3年間でめざす姿を明らかにし、生徒が教科の本質的な価値に迫れるように、「学習のくくり」を構想している。そして、各「学習のくくり」でも目指す姿を明らかにして学習を構想している。

さらに、「ガイダンス」→「つかむ学習」→「追究する学習」→「つなげる学習」という学習の流れを、すべての教科の「学習のくくり」で共通して設定している。

この学習の流れの中で「ガイダンス」の果たす役割は、成長の起点となることである。そのため、過去の自分を振り返ることで、今の自分の力をつかませたり、これからの学習で力をつけていく必要性を感じさせたり、期待感を持たせたりすることを目的にガイダンスを構想していく。つまり、生徒に学びがいを持たせることをねらって

いるのである。

2 数学科の取組

本校数学科では、3年間でめざす姿を次のように設定している。

今、自分が向き合っているもの・ことの数学的な構造や、そこから生じた疑問を見つめ、自己を含めた誰もが納得できるように解き明かし、それらのよさや美しさなどを感じたり、身の回りの事象、ものの見方・考え方とのかかわりを実感したりすることができる。

上記の姿に迫るために、3年間の学習内容を「表現する」「解明・説明する」「予測する」という、3つの視点で見つめ直して学習のくくりを設定している。また、学年の最初の授業では、1年間の数学科の学びの見通しと、何をめざして学習を進めていくのかを明らかにするために、年度当初のガイダンスを行っている。

そこで、今回は年度当初のガイダンスと、学習のくくり「見方・とらえ方の拡張」のガイダンスの内容を紹介したい。

3 年度当初のガイダンス

(1) 「できること」と「分かること」

最初の発問は、「 $1 + 1 = ?$ 」である。この問いに対して生徒たちは当然のように

「2」と答える。そこで、「 $1 + 1 = 2$?」と板書し、生徒たちの思考の質に変化をもたらすために追発問を行っていく。

「本当に2ですか？」当然のように「2」と答えたときは、これまでの経験から反射的に答えている状態に近いのであろう。現時点では、このような状態が生徒たちのとらえている「できること」なのかもしれない。それに対し、追発問に答えるためには、まずは自分が納得のいく根拠が必要となる。多くの生徒は、「1と1を足すのだから2となる」のような発言をする。この「だから」という発言は、今後の授業展開に大変重要なものである。なぜなら、自分の考えの根拠を示そうとしているからである。ここで、さらに追発問を行う。「1と1を足すと、いつでも、どこでも、どのような場合でも2となるのか？」ここに思考の質を変化させる意図が込められている。中学校の数学科で大切にする演繹的な考え方の世界に生徒たちを誘うのである。

ここから、生徒の発言に変化が表れる。生徒たちは、これまで経験してきた事柄を基にして、「1」と「+」という記号に、そして、式そのものにも意味を持たせようとするのである。その中から、2とならない場合が生み出される。「1つの粘土と1つの粘土をくっつけると1となる。」

この反例が示されたことによって、いつでも、どこでも、どのような場合でも「 $1 + 1 = 2$ 」となるのではなく、2となるための条件が存在しているのではないかと考え出す。つまり、生徒たちの思考の方向性が絞られる。そこで、粘土以外で2とならないような例はないか考えるように促すと、「水」「砂」などの意見が出される。ここで最後の発問である。「2とならないものが2となるときもあるかな？」この例が見つかれば、比較することで基準となる1の大

きさが必要であるという、2となるための条件の存在に気付くのである。このような状態が「分かること」なのであろう。

(2) 「できること」の世界が広がる

教師のコーディネートでは、「分かること」によって「できること」の世界が広がることにふれていく。つまり、「できること」と「分かること」の2つが揃うことで、人間は新たな知恵を生み出すことができるのである。このことを、今回の教材である計算に絞って、次のように語り掛ける。

「計算を行うのなら計算機を使う方が能率的で正確である。しかし、その計算機をつくったのは人である。その人は、自分のできることのしくみまでもが分かっていたからこそ、計算機という新しいものをつくり上げたのでしょ。」

また、今回の授業のように分からないことを分かっていくことこそが数学をすることであり、誰もが数学をすることができることを伝える。そして、分かったことを共有するためには、根拠を示して納得してもらうことが必要であり、このことが数学の礎となっていることを付け加え、生徒たちの数学を学ぶことに対する視野を広げ、1年後のめざす姿を提示する。

数学のよさを実感し、数学を活用する必要性や有用性を理解した上で、身の回りの事象を数学的な見方・考え方でとらえ、根拠を持って説明しようとしている。

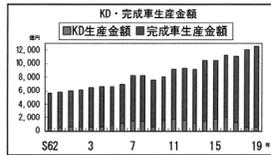
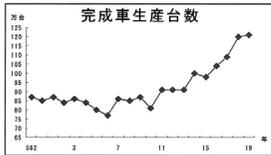
4 「見方・とらえ方の拡張」ガイダンス

本学習のくくりは、「資料の整理と活用」の内容を扱う1年生での最後の学習のくくりである。そのため、これまでの学びで身に付けてきた学習のスキルを活用し、学習の効果を高めることが期待できる。

(1) 多様な見方・とらえ方にふれる

資料から分かることをまとめることを課題とし、学習形態を工夫することで学習効果を高めることをねらった。まずは、個人で資料から分かることをまとめる。

〈自動車の生産状況〉(浜松市商工部「浜松の商工業」より)



グラフから読み取れることは、様々である。例えば、自動車の生産状況では、生産台数・生産金額ともに右肩上がりである。その中で、生産台数で減少傾向を見せている年に注目して生産金額と比較をすると、同じ傾向を示していないことに疑問を感じる生徒がいる。分かったことと分からないことが混在した状況で、小集団で分かったことと疑問点を共有する場を設ける。

このとき、自分が判断した根拠を示しながら分かったことを伝えることとすることで、これまでの自分の付けてきた論理的に説明する力を見つめることとなる。さらに、生産台数が減少しても生産金額が変化していないことを、単価が高い自動車売れたのではないかと予想するなど、自分が疑問に思っていたことを分析している考えを聞くことで、資料の見方に広がりを見せる。しかし、与えられた資料からは、断言できるまでの根拠を見出すことができず、新たな疑問が生まれてくるのである。ここで出された考えを発表し、学級ですべての考えを共有する場を設ける。

ここでは、分からないことをいつ学ぶのかを伝えたり、生徒の考えを教師が価値付けをしたりして、本学習のくくりで付けた力や学ぶ価値を明らかにしていく。

(2) 今の自分から未来の自分を見つめる

多様な見方や考え方にふれることで、生徒は常に自分の世界と他者の世界の違いを意識し、自分にあるものとないものがはっきりとしてくる。そして、本学習のくくりに対する自己目標を書くこととする。

グラフを見て、最初の私は「きっとグラフの中には、1個か2個しか読み取ることがないんじゃない?」と思っていた。でも、その後自分が答えたものの他にもたくさん読み取れることがあってびっくりした。グラフをじっくり見れば色々なことがどんどん分かることに、グラフってすごいなあと思った。どうすれば1つの資料から伝えられるが増えるのか、また、どういうふうになれば見やすくなるのかなど、この学習のくくりで学べると思う。

資料を上手く活用できる人になるためにも、しっかりとこの学習のくくりを勉強していきたいと思う。

(生徒の記述より)

5 分からないからやってみよう

学びは、分からないこと存在に気付くことから始まるのだと思う。ガイダンスは、その気付きを促す場面である。そして、分からないという不安を取り除くために、学びの見通しを持たせ、分かった後の自分を想像させたいと常に考えている。1つの学びが終わり、ガイダンスで記した自己目標を振り返ることで、自分の成長を実感するとともに、これまでは想像もつかなかった自分の未来が見えているような生徒たちのまなざしを大切にしていきたい。

このような経験の積み重ねから、「分からないからやってみよう」という、今の自分よりよくなりたいという希望のまなざしを持った人へと育てていくと信じている。

実践事例②

連立方程式と 確率の導入について

押野 直人

〔東京都杉並区立西宮中学校教諭〕

1 導入について

さあ、導入の話をしよう。導入の文章であるのに、その導入がつまらなくてどうするのだ。との思いを持ちつつ、ありきたりのタイトルになってしまった。

教師の意気込みはよいが、生徒がついてこない。少し力を抜いて取り組んでみたのにもかかわらず、生徒の食いつきが思いのほかよいなど、導入は難しい。

地域差はあるだろうが、クラスの半数以上が塾や通信教育等で先取り学習をしていると、導入として考えた内容が、大半の生徒にとって既習の可能性がある。そのときも、「既習内容」を本当にその生徒にとって既習内容にするためにも導入は大切であると言われる。本当だろうか。

教員に成り立ての頃、私にとって教科書の導入の問題はその単元の最後に学習する応用にしか見えなかった。この導入の問題ができれば、その単元の学習内容はもうお終いではないかと思っていたのだ。その考えは恥ずかしながらごく最近まで続いていた。しかしあることをきっかけに変わっていった。以下にその内容を書いてみる。

2 連立方程式の導入

連立方程式の導入では2元1次方程式か

ら入ることが多い。1つ目の条件を表や式で表し、解を求める。次にもう一つの条件でも同じことをし、両方に共通したものを問題の解答とする。

教科書の導入問題で、感じていたことがある。なぜ条件が別々にでてくるのか。最初から分かっているなければならないことを隠して、数当てのようにするために別々に条件をだしているようにしか見えないのだ。

教育出版社の教科書の導入では、以下のようになっている。まず、19人を3人と2人にわける。新幹線の3人がけと2人がけの客席に座らせるためだ。1人だけで座ることは禁止する。これも学校行事などでグループを作るときに自然と考えられるルールである。とりあえず、いろいろなグループができることが分かるだろう。これからグループを作っていくことであり、隠されたものを探しているわけではないことがポイントとなる。このような導入の問題に出会い、導入の問題とは、生徒が取り組んでみたくなる、手を動かして試したくなる問題なのだと改めて思ったのだ。

以上の条件のもと、問題に取り組む生徒達は教科書の座席のイラストを塗りつぶしていく。前から詰めて座るようにするとやっておけば、3人がけと2人がけを何列使う

かの座り方のパターンを考えるのに効率がよい。塗りつぶしていくうちに、規則性が見えてくる。そこで、全てのパターンを考えるにはどうしたらよいかと投げかける。これまでの数学の学習で、関係を表すときに、表を使う、式にしてみる、グラフを使うなど方法を習得させておくと、この発問に対し、今までの方法を用いようとするだろう。取り組みの様子を見て、表の枠のみのプリントやグラフ用紙を始めから用意しておき配布することも考えられる。

問題に対し、手を動かし、それを数学的に表現し解決する姿勢を普段から意識させるように心がける。

グラフは1次関数が未習なため深入りすることはないが、関係を表す方法として有効であることには違いない。

表を使って、3人がけ、2人がけの列を表すとき、

| | | | |
|---------|---|---|---|
| 3人がけ(列) | 1 | 3 | 5 |
| 2人がけ(列) | 8 | 5 | 2 |

となり、3人がけは2ずつ増え、2人がけは3ずつ減るなど、変化の様子を考察しても面白い。1次関数の範囲になってしまうので深入りはできないが、以下のように式を用いる生徒がでてきたとき、増え方と減り方の係数との関係が見えてくる。等式の変形をすることで表が規則的に埋まることなど確認するとよいだろう。

関係を等式で表すとき、3人がけを x 列、2人がけを y 列とすると、 $3x+2y=19$ となる。

これを x について解くと $x = \frac{19-2y}{3}$,

y について解くと $y = \frac{19-3x}{2}$ となる。

y について解いた式では、 x が偶数でないことが分かる。

ここで人数を19人から18人になると問題が簡単になってしまうかもしれないが、それぞれの文字で解いた式が $x = 6 - \frac{2}{3}y$, $y = 9 - \frac{3}{2}x$ となる。この式と x と y が整数となる条件から、 x と y のとりうる値が x は2の倍数、 y は3の倍数であることが分かる。

次の条件である全部で8列に分かれて座ることには、少しの引っかけを覚える。もうこの時点では座り方が決定しているのではないかと思ってしまうのだ。問題を2人組と3人組に分け、それぞれボートに乗るとしてはどうか。貸し出せるボートが8艘しかないとき、どう乗るのかを求めさせると2番目の条件の自然さがでてくるかもしれない。

3 確率の導入

写真のサイコロは、出る目が偏るように角を削り細工した物と細工がないものである。



このサイコロを振ると目の出方はどう偏るのだろうか。実際に約10分間投げて出た目を数えてみたところ、細工ありと細工なしでは、

[細工あり]

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 64 | 44 | 40 | 55 | 57 | 43 |

[細工なし]

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 43 | 41 | 58 | 60 | 36 | 41 |

となった。

また、エクセルで300回乱数を発生させて数えたところ、

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 45 | 47 | 56 | 54 | 44 | 54 |

となった。

この細工したサイコロを確率の導入で、生徒一人ひとりに投げさせる。回数ではなく時間を決めて投げる。こうすると、目の出方を比べると、回数だけみても意味をなさないことが分かるだろう。このとき、どうすれば目の出方を比べることができるだろうかと問いかける。投げた合計の回数が違うとき、割合の考えを用いて、相対度数を求めればよいことが意見として出てくることが望ましい。1年の「資料の整理と活用」との関連にも触れながら、確率の定義と同様に確からしいことへつなげていく。

相対度数は300回程度だと、以下のようになった。

[細工あり]

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|------|------|------|------|------|------|
| 0.21 | 0.15 | 0.13 | 0.18 | 0.19 | 0.14 |

[細工なし]

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|------|------|------|------|------|------|
| 0.15 | 0.15 | 0.21 | 0.22 | 0.13 | 0.15 |

細工なしのサイコロも300回程度だと、 $\frac{1}{6}$ には近づかない。もともとさいころが正しく作られていない可能性も考えられる。

また、エクセルで300回乱数を発生させ

て数えたところ、

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|------|------|------|------|------|------|
| 0.15 | 0.22 | 0.17 | 0.14 | 0.14 | 0.18 |

となり、300回程度だとこちらも $\frac{1}{6}$ から離れているものもある。生徒が15人程度の少人数クラスとして、細工したさいころの回数をたしあわせ相対度数を求めればどうだろうか。4500回をエクセルで計算すると、

| 1の目 | 2の目 | 3の目 | 4の目 | 5の目 | 6の目 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.157 | 0.169 | 0.174 | 0.170 | 0.158 | 0.172 |

とかなり $\frac{1}{6}$ に近づくことが分かる。これと比べて生徒達の求めたものから、出る目に偏りが分かり、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいとはいえないことを確認する。出にくい目や出やすい目などがあることが分かるが、その原因を探ることではなく、あくまでも偏りがあることに注目させる。そうすることで、正しく作られたさいころならば、どの目も同じように出ることがはっきりする。すなわち、1から6のどの目が出ることも同様に確からしいとなる。そのときには、何回もさいころを投げることをしなくても、すべての目が出る確率が $\frac{1}{6}$ となることが自然と分かることだろう。

4 謝辞

連立方程式の導入について、東京都立三鷹中等教育学校主幹教諭吉野茂先生にたいへんお世話になった。確率については、杉並区済美教育センター調査研究室椎名直幸先生にご教示いただいた。お二人に感謝申し上げます。

実践事例③

操作活動を通して、 楽しみながら取り組める課題

保格 諭

[北海道札幌市立中央中学校教諭]

1 はじめに

数学は本来、「楽しさ」に溢れている教科である。そもそも「楽しさ」とは何なのかを辞書で調べてみると、「楽しみ…主に自分の行動を通して持続的に感じる快さという語」とある。これを数学の場面に置き換えてみると、「自分で実際にやってみて、自分で考えるという主体的な活動を通して何かを発見したり、理解したり、やり遂げたという達成感が得られたりすることで、楽しさを実感できる。」と解釈することができる。つまり、今回の学習指導要領の改訂で強調されている数学的活動そのものが「楽しさ」につながっているといえるのではないだろうか。自分の手を動かし、「できた、分かった」という経験が「楽しさ」につながり、また、次の課題に対する追求心へとつながっていくことになるのである。

私は、この「楽しさ」を章の導入段階で味わわせることができれば、その後の展開もスムーズに進みやすく、生徒のモチベーションを維持したまま学習活動が続けられるのではないかと考えている。そこで、身近にある物を使い、手軽な準備で行えて、生徒一人ひとりが操作活動を通し、楽しみながら学習に取り組むことができる授業実践例を紹介したい。

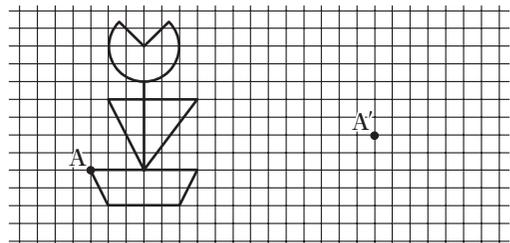
2 第3学年 第5章「相似な図形」

相似とは、ある図形とその図形を、形を変えずに拡大、縮小したものとの関係であり、イメージするにはそれほど難しくはないために、拡大、縮小、相似の性質など、一方的な指導で済ませてしまうことが多いのではないだろうか。これでは、相似に対する興味・関心がわからないため、生徒が予想もしない身近な物を道具として利用する授業を考えた。

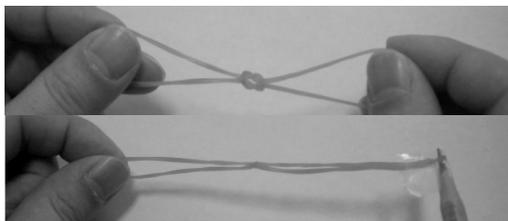
右の絵と相似な図形を描こう。どのようにすると描けるだろうか。



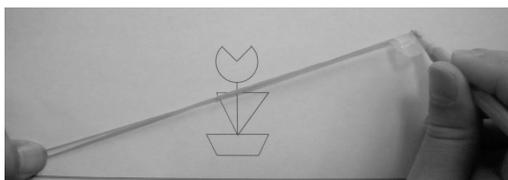
相似の意味は理解しても、実際に描くとになると、そう簡単にはいかないため、生徒はあれこれと考える。そこで、方眼が描かれたワークシートを渡す。



AとA'を対応させて、2倍に拡大した図形を描くようにアドバイスすれば、生徒はどんどん描き進める・・・が、上のおうぎ形を描く段階にたどりつくと、描くものが直線から曲線へと変化するので、たちまち手が止まってしまい、フリーハンドで何とかしようとする。そのタイミングで、「曲線は難しいね。では、方眼用紙や定規を使わない方法で描いてみよう。」と、今度は方眼が描かれていないワークシートを配り、輪ゴム2つをおもむろに取り出す。生徒は輪ゴムを使ってどのように拡大した図形を描くのかをまったく想像ができないため、困惑した様子になったところで、その2つの輪ゴスを結びつけて片方をつまみ、片方に鉛筆をひっかけてゴムが伸び縮みする様子を見せる。



最初は何のことか分からないが、指で固定された端の部分と伸び縮みに合わせて動く結び目と鉛筆を見るうちに、左端にある点にゴムの左端を固定し、結び目を図形に合わせればよいことに気づきだす。そして、実際に自分でやってみるのである。(鉛筆に輪ゴムを引っ掛けた際、動きやすいため、テープで固定させる。)

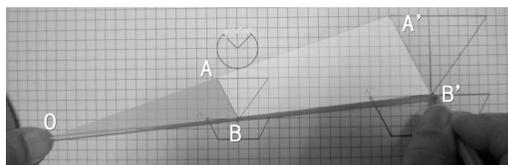


先ほどの方眼を使用した場合とは違い、一本の線を引くにも緊張感を伴うが、やっ

てみるうちに、思いもよらない方法で描くことができるという驚きと、どんな図形ができあがるのかという期待感を一杯にして描いていく。

描き終わって満足したところで、「何倍に拡大されたのかな？」ということを生徒に投げかけた後、中段にある三角形の辺を実測させ、どの辺もほぼ2倍になっていることを確認させる。先ほどの方眼を利用した図は、どの辺も2倍になるように描いたものであるが、輪ゴムを利用した方は、中間にある結び目が線に沿うようにして描いただけなのに2倍になっているのであるから生徒は驚きである。しかし、「輪ゴムを利用することで、なぜ2倍の図が描けたのだろうか。」と問いかけても、描いた図を見ただけでは、どうしてそうなるのかは分からない。そこで、最初に方眼のワークシート上で描いた図が生きてくるのである。

輪ゴムを利用して描いたときと同じように、方眼の左端にあるOに輪ゴムを固定し、2倍に描かれた真ん中の三角形の頂点A'とB'に鉛筆の先を合わせ、輪ゴムと辺AB、辺A'B'とでできる2つの三角形に注目させる。辺A'B'は辺ABを2倍にして描いたので、 $A'B'=2AB$ 、輪ゴムは2個つなげたものであるから、 $OA'=2OA$ 、 $OB'=2OB$ となり、ちょうどどの辺も2倍になっているため、このような方法でも拡大した図形が描けることが理解できていくとともに、次時に学習する相似の位置を利用した作図へとつなげていくことができていくのである。

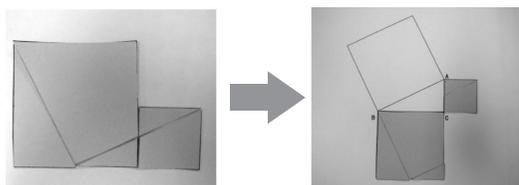


3 第3学年 第7章「三平方の定理」

「学習指導要領解説 数学編」には、「観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見いだして理解し、それをを用いて考察することができるようにする。」と示されている。第3学年の後半で学び、これまで学習した内容を用いながら総合的に学習が行われる単元であることから、導入段階でこの三平方の定理に対する興味・関心を十分に引き出しておきたい。

「直角三角形において、直角をはさむ2辺上の正方形の面積の和が、斜辺上の正方形に等しい。」ということ、具体的な数を用いて計算し、それらの関係に気づいていくことは、三平方の定理を導いていくためには大切な経験であると考え。しかし、元々は図形に隠された数量関係ということから数値として扱うのではなく、操作を通して視覚的に理解できるようにパズルを用いた導入を紹介する。

台紙となるプリントと、大きさの違う正方形が描かれた色画用紙を渡し、始めに直角をはさむ2辺上の正方形に色画用紙を置かせ、最初の状態を確認させる。

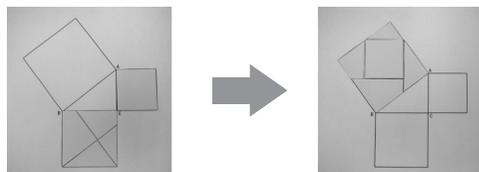


続いて、それらすべてを使って、斜辺上の正方形に並べるよう指示するのであるが、すでに三平方の定理を知っている生徒であってもすぐにはできず、かえって数学が苦手な生徒から「できた!」という声が聞かれ、満足そうな笑顔が見られるのである。



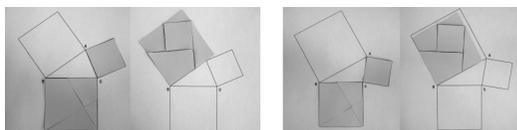
続いて辺の長さが違う直角三角形について

でも取り組ませ、やはり大きな正方形に集められることを実感した後、直角をはさむ2辺の長さをそれぞれ a , b , 斜辺の長さを c として「三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 」を導いていく。



この操作活動を通して、三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ は、公式として覚えるのではなく、「直角三角形において、直角をはさむ2辺上の正方形の面積の和が、斜辺上の正方形に等しい。」ということ、視覚ではっきりと理解し、記憶にとどめておくことができるのではないだろうか。

また、証明をした後に、直角三角形ではない場合についても取り組ませれば、「直角三角形」ということがより強く意識される。



4 おわりに

今回取り上げた題材は、操作する活動を通して興味・関心を引き出し、思考する場面へとつなげていくものである。数学が不得意と思っている生徒にも、「面白そう、やってみよう」と思わせ、「どうしてそうなるのか?」という問題意識をもたせることができるのではないだろうか。

「今日の授業は楽しかったよ。次の時間も楽しみだな。」と生徒から言われるよう、日々努力していきたいと思っている。

『数学的文化化—算数・数学教育を文化の立場から眺望する—』

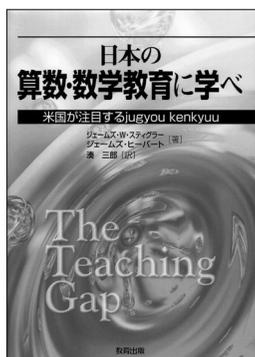
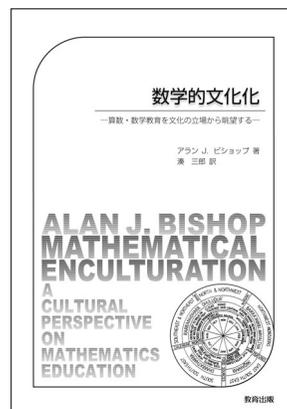
アラン J. ビショップ 著 湊 三郎 訳

定価 4,200 円 (税込)

「数学」と聞くと

身震いが生じる……

数学恐怖症や多数の落ちこぼれを生み出す西欧の数学教育はどこに問題があるのか。アラン・ビショップ氏はこの問題を解き明かし、教師のあるべき姿に貴重な示唆を与える。



『日本の算数・数学教育に学べ』

米国が注目する jugyou kenkyuu

J.W. スティグラール / J. ヒーバート 著 湊 三郎 訳

定価 2,310 円 (税込)

教育改善を目指す米国の研究者たちは、日本の学校教育・教員研修に活路を見いだした！



『数学トレッキングツアー』

東京理科大学数学教育研究所 編 定価 1,890 円 (税込)

『数学トレッキングツアー 2』

東京理科大学数学教育研究所 編 定価 1,680 円 (税込)

東京理科大学生涯学習センター主催の「数学を楽しむ講座 空間『無限』への招待」での講演内容を再構成。東京理科大学創立 125 周年に合わせて刊行。

数学的活動へのイノベーション 「作図の活用」の指導計画

吉野 茂

[東京都立三鷹中等教育学校主幹教諭]

1 はじめに

今回は、第1学年のB図形領域の「作図」について考えてみよう。

中学校学習指導要領（文部科学省，2008）の第1学年の図形領域の目標には、「見直しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培う」とある。今回，特に，「論理的に…培う」の部分が加わったことを受けて，今まで以上に，数学的活動を通して目標に迫る指導を進められていることと思うが，くれぐれも，「かき方指導」だけに終始してしまうことのないように留意したい。

「基本の作図」の学習展開については各指導者の工夫に委ねるとして，本稿では，その後の「作図の活用」について考えてみたい。

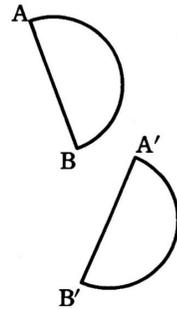
2 新課程と「作図」（その1）

新課程においても，「基本的な作図」の学習内容には変化はないが，今回の改訂による他の指導内容の変更（復活）に伴って，「作図」の問題にもいくつかの復活があることに留意したい。本稿を執筆している段階で，今年度の高校入試の情報をまだ十分得ていないので，昨年の春実施（移行措置の内容を1年から学んだ生徒が受験した初年度）の問題の中から，まず，「移動」に

関するものを考察してみよう。

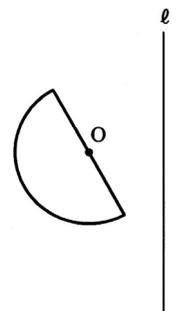
右の図において，線分 $A'B'$ を直径とする半円は，線分 AB を直径とする半円を回転移動したものである。このとき，回転の中心 O を，コンパスと定規を用いて作図しなさい。

（2012 群馬県）



下の図のような，半円 O と直線 l がある。この半円を，直線 l を対称の軸として対称移動した図を作図せよ。

（2012 愛媛県）



学習指導要領解説書（文部科学省 2008）には，「移動に関する内容を，作図に関する内容と密接に関連させながら取り扱うことで，平面図形についての理解を一層深め

るとともに…」とある。したがって、「移動」を題材としたこのような作図は、今後も出題が予想されると思うし、学習のねらいからも指導計画の中に位置づけておきたい。

前者の作図は、基本の作図の垂直二等分線を活用するものであり、また、回転移動の性質を確認するものとしても大切な課題だと思うが、昨年春から使用している検定教科書において、残念ながらこのような課題はまだ多くはみられない。

一方、後者の作図については、いろいろな解答類型が考えられるので、授業の中で取り上げ、数学的活動に生かすとよいと思う。

この問題について

発表されている解答例は、右の図1の通りであるが、教科書に記述してある対称移動の性質から考えると、図1のような発想よりも図2のような考え方をする生徒の方が多いのではないと思われる。

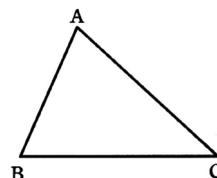
しかし、授業の中では、図1のような発想にも至る展開を期待したいところである。各学校の生徒の実態はどうであろうか。(註：図1の作図について、延長線のアイデアはよいのだが、半径の確定が不明確なのがちょっと気になる。)

3 新課程と「作図」(その2)

次に示したのは、復活した学習内容の1

つである「相似と面積比」に関するもので、中学3年生対象の作図である。

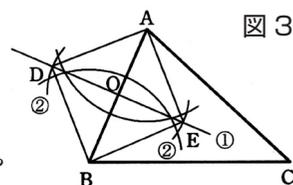
右の図の△ABC
に対して、次の
ものを定規と
コンパスを
用いて作図
しなさい。



- (1) ABを対角線とする正方形
- (2) 点B'は辺AB上、点C'は辺AC上の点であり、△AB'C' ∽ △ABC であって、 $\triangle AB'C' = \frac{1}{2} \triangle ABC$ となる点B'と点C'

(2012 慶応義塾女子)

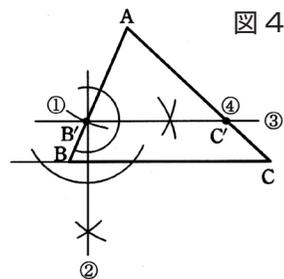
(1)は、図3のように垂直二等分線を活用する標準的な作図の問題である。



一方、(2)は、「平方根」の知識や「特別な直角三角形の比」および今回の改訂で復活した「相似な図形の面積比」の知識が必要である。

「面積を半分にするには、対応する辺を $\sqrt{2}$ 分の1にすればよい」ということと、(1)の作図に潜む

1： $\sqrt{2}$ の関係をヒントに、図4のような作図をすることになる。(註：①は、辺AB上にAD=AB'となる点B'をとっている。)



この問題は難度がやや高いが、学習の進行にあわせて図形の性質などを作図に活用していく例として紹介しておく。

ちなみに、この作図の後半部分(②~③)では、基本の作図である2種類の「垂線」を活用しているが、これは結局、「平行線」の作図になっている。中学校では、「平行線」を基本の作図に入れていないため、これが一般的な作図となるが、図5のように、

「角の二等分線」

の作図において

円の半径を等しくとれば

「平行線」は

現れている。

上記のような課題を扱うときに、こういった見方を発展的に学び直すこともできる。

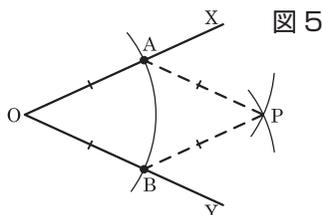


図5

4 学習の深化と「作図」

最後に次の問題を考えてみよう。

図のように、線分OA, OBがある。

下の【条件】の

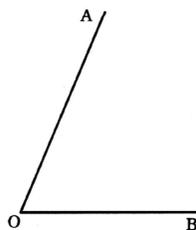
[1][2]をとも

にみたす点Pを、

定規とコンパス

を使って作図し

なさい。



【条件】

[1] 点Pは、 $\angle AOB$ を2等分する直線上にある。

[2] 点Pは、線分OAを斜辺とする直角三角形の頂点である。

(2012 山形県)

これは、中学1年生が取り組むことのできる標準的な作図問題である。図6に示すように、基本の作図である「角の二等分線」と「垂線」を連動せればよい。多くの生徒が、このように作図するであろう。

しかし、中学校2年で二等辺三角形の性

質を学習した後ならば、図7のような方法で作図することも可能である。さらに、中学3年で円の学習をしているときならば、図8のような工夫があってもよいであろう。

このように、一度扱った問題であっても、学年進行によるツールの増加とともに、作図力が深化・発展していくことを味わわせていくことも大切である。

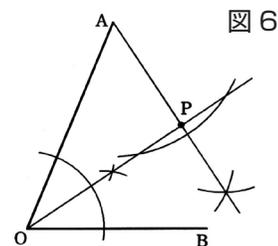


図6

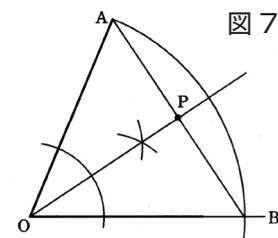


図7

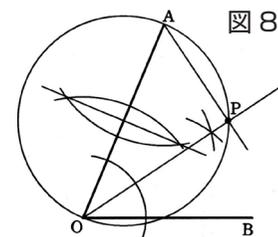
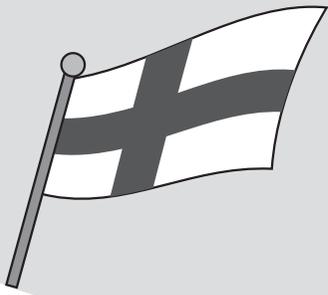


図8

5 おわりに

新課程で復活した作図の研究、および学年の進行にあわせた継続的な作図指導の大切さを述べてきたが、最後に中高の接続について一言ふれておきたい。

平成12年度からの新課程において、高校数学にも「作図」が新設されているのご存じだろうか。高等学校学習指導要領(文部科学省, 2009)の「数学A」の内容(3)図形の性質の「ア平面図形の(ウ)作図」では、「基本的な図形の性質などをいろいろな図形の作図に活用すること」とある。新しい検定教科書を見ても扱いは様々であり、内容面は今後もう少し整理されていくであろうが、どんな内容を扱うことになっているのかを確認すると、中学数学の指導者にとっても、よい教材研究になると思う。



教育課題研修指導者海外派遣プログラム
(平成24年10月15日～26日) への参加から

日本とフィンランドの 教育を比較して

泉 一也

[秋田県秋田市立勝平中学校千秋分校教諭]

1 海外派遣プログラム

フィンランドはPISA2000以降、好成績を維持していることで知られる。ここ10年ほどは日本でもフィンランドの教育に関する書籍や報道を目にすることが多くなってきた。フィンランドの好成績の理由を求め書籍を読み進めると、当然ながら実際に自分の眼で確かめたいとの思いが強まっていた。そんな中、教員研修センター主催の平成24年度教育課題研修指導者海外派遣プログラムによって、フィンランドを訪問する機会を得た。私は「PISA型学力の育成」をテーマとするC-2団に所属し、調査を行うことになった。

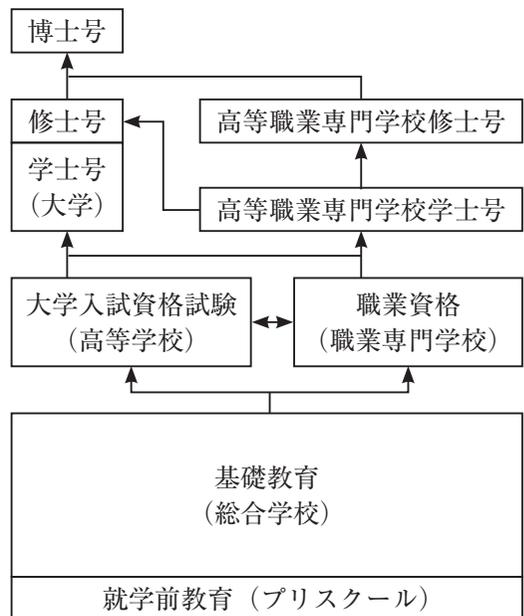
【研修日程】

| 日付 | 調査実施場所等 |
|----|-----------------|
| 1 | 出国日 |
| 2 | ①ヘルシンキ市内視察 |
| | ②ヴァンターマナーハウス |
| 3 | ③ティーリスマ高等学校・小学校 |
| 4 | ④カルパネン小中一貫校 |
| | ⑤ラハティ地区自然環境サービス |
| 5 | ⑥ラハティ市教育課 |
| | ⑦メツサカンカー小学校 |
| 6 | ⑧ヌークシオ国立公園 |
| 7 | 自主研修 |
| 8 | ⑨森の保育園ペイボンペサ |
| | ⑩ヘルシンキ大学 |
| 9 | ⑪キャピュラ総合学校 |
| | ⑫自然科学博物館ヘウレカ |
| 10 | ⑬ソトゥンギ中学校・高等学校 |
| | ⑭教科書出版社 WSOY 社 |
| 11 | 帰国日 |
| 12 | 帰国 |

2 教育制度

フィンランドの教育制度は日本の制度をもとにしている。9年間の基礎教育の後、高等学校や職業専門学校で学び、就職あるいは大学や高等職業専門学校への進学を目指すのが一般的である。教育制度の特徴としては、総合学校から大学まで教育がすべて無償であること、高等学校と職業専門学校間で在学途中にも移動可能であることに代表される制度の柔軟性、大学入試資格試験までは入学試験がないことなどが挙げられる。

【フィンランドの教育制度】



※参考「フィンランド教育省 HP」



3 教育を支える背景

資源も産業もない国を立ち上げていくには、人に投資するしかない、教育に力を注ぐしかないと考えた。人口も少なく、一人一人の子どもを大切にするため、教育にお金をかけることは出費ではなく未来への投資であるとの考えに基づき、教育を無償とし、性別、地域、経済状況によらない平等な教育を目指している。

個々を尊重しながらのびのびと子どもを育てる土壌がある。人間は一人一人が違うので、みんなが同じことをしても限界があると考えている（ポジティブなあきらめ）。教育においても、一人一人の学ぶ方法や速さが違うから、それぞれの子どもに適した学びをすればよい。だから、後述する特別支援の対象になっても恥ずかしいと思うこともないし、差別されることもない。また、教師の個性を尊重しているので、教材や指導方法も画一的である必要はない。

総合学校から高等学校や職業専門学校に進学する際には入学試験ではなく、総合学校での学習成績による選抜が実施されている。その成績について、公平性が問題になることはない。その要因としては、例えばティーリスマ高等学校が音楽教育に力を入れているといった具合にたとえ特色があったとしても地域や学校によって教育の水準には格差がないようにしていることはもちろんだが、やはり教師への信頼感が高いことが挙げられる。

4 自ら学び続ける子ども

フィンランドの教育の特徴を最もよく表しているのは、自ら学び続ける子どもの姿である。今回の研修では、就学前教育を含む幼児期に遊びの中から芽吹いた学びへの意欲が、学校段階が上がるにつれて次第に将来の職業を意識した学問的な欲求を含んだものへと変わっていく様子を確認することができた。

森の保育園ペイボンペサでは日常の保育の様子を見学した。子どもたちは木にぶら下がったり、木の枝を集めて基地をつくったり、木の実を集めたりと思うがままに遊ぶ。その遊びから、どうすればもっとうまく遊べるかという問いが生まれ、それが学びの発端となる。また、雨の日も雪の日も天候に関わらず毎日森に出かけ活動することで、本物の自然に出会わせ、本物からしか得られないものを感じさせることも、意欲の湧出に寄与しているに違いない。

メツサカンカー小学校では5年生の物理の授業を見学した。水についての内容（水圧、表面張力、毛細管現象、浮力、拡散など）について、概念を理解するための学習を行った後の授業であり、グループ毎に選択した実験によって、過去に学習した内容を確かめるといったものだった。特筆すべきは、教師が与えたり誘導したりしがちな実験の仮説の一切を子どもたち自身に立てさせている点である。また、キャピュラ総合学校では7年生の生物の授業を見学した。森の生態系について学んできた内容の中で興味や関心をもったものについて、子どもがテーマを設定し実験する授業だった。カタツムリの好きな食べ物、カタツムリの体重と力、地域で最も大きな木、コケ植物のつくり、森の生物のpHをテーマとして、2時間続きの授業の中で実験を行い、その結果をレポートにまとめていた。日本の義務教育にあたるこの段階では、子ども自らを学びの主体に置くことによって、概念についての深く詳しい理解よりも、学習に対する好意的な態度の育成や学ぶ方法の習得に力点が置かれていた。

ティーリスマ高等学校やソトゥンギ高等学校で見学した数学の授業からは子どもに学ぶ意欲が十分備わっていることが感じられた。応用コースの授業は、前時や宿題として自宅で解いた問題の解説が中心だった。問題の難易度が高く、量も多いので、その

内容を学習者が自分のものにするためにはかなりの動機付けが必要となる。医師になりたいという生徒へのインタビューからは、就きたい職業に数学が役立つことを自覚し、将来のために学んでいるという意識があるからこそ、その時点での学びが確かに価値のあるものとして認識されていることが伺えた。学習と職業とのつながりを把握した上で子どもが授業を選択する際のアドバイスを専門に行う学習進路相談員が果たす役割も大きい。

5 学ぶ意欲を支えるもの

フィンランドでは、各学校段階での授業がうまく役割分担をして、子どもの学ぶ意欲を巧みに育成しているように見えた。その授業を担う質の高い教師をつくる教員養成にも工夫がある。教員になるためには修士号の取得が必要で、教育実践者であるとともに研究者であることが求められる。そして、最も効果的と思われるのは長期の教育実習である。ヘルシンキ大学では7週間にわたる基本の実習を行い、その後さらに7週間にわたる応用の実習を行っている。その応用の実習では単元全体の授業計画や評価計画を作成し、それをもとに実践することで教師としての力を身に付けていく。

いわゆる落ちこぼれをつくらない特別支援にも触れておきたい。フィンランドでの特別支援は、日本における特別支援教育に学習支援を加えたものと捉えるとよい。学習内容の理解が難しい子どもに対しては、たとえ授業中でも補助教諭が個別に支援を行ったり、新たにクラスを編成したり、様々な手立てを講じている。特別支援を充実させることは、子どもの学ぶ意欲を保障すると同時に、基礎・基本をしっかりと身に付けさせることにもつながっている。

また、ラハティ市教育課では「教育とは学びたいと思う子どもの心に灯をともしこと」とあるという話があった。教師の役割が授業に焦点化されており、教育課を始め

とする各機関はあくまでも教師を支援する役割を担っている。子どもの学ぶ意欲を保障するために、子どもに最も近い位置にいて、子どものことを最もよく知っている教師が意欲をもって働く環境を整備することが最優先されている。

6 日本とフィンランドの教育を比較して

日本での授業の風景を思い浮かべ、それと比較しながら、フィンランドの授業を見学してみた。日本では授業の前後に代表者が号令をして全員であいさつをすること、フィンランドではプロジェクターや電子黒板などの機器がどの教室にも準備されていることがまず違う。目に見える子どもの姿勢は日本の方が立派に感じられる。教師が準備する学習シートや教具も日本の方が優れていると思われる。設備面では劣るものの、日本の子どもや教師、そして教育が素晴らしいと再認識できた研修だった。

しかし、である。果たして、目に見えない部分はどうか。例えば、子どもの学ぶ意欲は、フィンランドの方が私の理想に近い。なぜなら、学ぶ意欲は生きる意欲の一部を構成する、だからこそ、人間は生涯学び続ける姿勢や態度をもつべきだと考えるからである。日本では入学試験の前に高まった意欲が試験後には低くなる傾向があるとされるが、このことは、できる限り速やかに解決すべき課題ではないのか。例えば、日常の学習についての評価は子どもが学びを積み重ねた結果を反映できているだろうか。その評価はどれだけの価値を有しているだろうか。ごく狭いコンピテンシーを問う1度や2度の試験によって、その地位を奪われてはいないだろうか。

フィンランドの教育現場を実際に自分の眼で見ることによって、日本の教育のよさとともに大きな課題にも気付くことができた。今後は、授業という日常の実践から、課題の解決に向けて進んでいきたい。



[表紙・写真]

丸子橋（東京都大田区・神奈川県川崎市）

多摩川に架かる橋の一つで、現在の橋は2000年（平成12年）に完成した。2連のアーチが描く曲線は美しく、泰然かつ優雅な造形に目を奪われる。ドラマ等のロケ地としてもよく利用されている。



中学数学通信 coMpass [2013年 春号] 2013年3月29日 発行

編集：教育出版株式会社編集局
印刷：大日本印刷株式会社

発行：教育出版株式会社 代表者：小林一光
発行所：教育出版株式会社
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10 電話 03-3238-6864（お問い合わせ）
URL <http://www.kyoiku-shuppan.co.jp>



なかよし宣言

わたしたちをとりまく自然や社会は、科学技術の進展や国際化、情報化、高齢化などによって、今、大きく変わろうとしています。このような社会の変化の中で、人間や地球上のあらゆる命がのびのびと生きていくためには、人や自然を大切にしながら、共に生きていこうとする優しく大きな心をもつことが求められています。

わたしたちは、この理念を「地球となかよし」というコンセプトワードに込め、社会のさまざまな場面で人間の成長に貢献していきます。

北海道支社 〒060-0003 札幌市中央区北3条西3丁目1-44 ヒューリック札幌ビル 6F
TEL: 011-231-3445 FAX: 011-231-3509
函館営業所 〒040-0011 函館市本町6-7 函館第一生命ビルディング3F
TEL: 0138-51-0886 FAX: 0138-31-0198
東北支社 〒980-0014 仙台市青葉区本町1-14-18 ライオンズプラザ本町ビル 7F
TEL: 022-227-0391 FAX: 022-227-0395
中部支社 〒460-0011 名古屋市中区大須4-10-40 カジウラテックスビル 5F
TEL: 052-262-0821 FAX: 052-262-0825
関西支社 〒541-0056 大阪市中央区久太郎町1-6-27 ヨシカワビル 7F
TEL: 06-6261-9221 FAX: 06-6261-9401
中国支社 〒730-0051 広島市中区大手町3-7-2
あいおいニッセイ同和損保広島大手町ビル 5F
TEL: 082-249-6033 FAX: 082-249-6040
四国支社 〒790-0004 松山市大街道3-6-1 岡崎産業ビル 5F
TEL: 089-943-7193 FAX: 089-943-7134
九州支社 〒812-0007 福岡市博多区東比恵2-11-30 クレセント東福岡 E室
TEL: 092-433-5100 FAX: 092-433-5140
沖縄営業所 〒901-0155 那覇市金城3-8-9 一粒ビル 3F
TEL: 098-859-1411 FAX: 098-859-1411