

コンパス COMpass

COMpass は教育出版が発行する情報誌です



関数的な見方や考え方を育てるための工夫



教育出版

CONTENTS

「巻頭言」

関数的な見方や考え方の習得は学習成果のバロメーター 木村 寛 3

「特集」 関数的な見方や考え方を育てるための工夫

実践例 1年 数学的活動を意識した関数の授業づくり 軍司 匠 4

実践例 2年 他領域との統合的な理解と素地づくり 小石沢 勝之 7

実践例 3年 関数的に見たり考えたりする授業のポイント 傍士 輝彦 10

「参考資料」

関数指導の系統図 14

第12回

まもなく締め切り!!

地球となかよし メッセージ

作品募集 (2014年度)

「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたことを、
写真 (またはイラスト) にメッセージをつけて表現してください。

応募者全員に
参加賞が
もらえるよ!

応募資格	小学生・中学生(数名のグループ単位での応募も可)
応募期間	2014年7月1日～9月30日 詳細は「優秀作品展示室」とあわせてホームページをご覧ください。
作品テーマ	①身のまわりの自然が壊されている状況を見て感じたことや、自然環境や生き物を守るための取り組み ②さまざまな人との出会いを通して、友好の輪を広げた体験、異文化交流、国際理解に関すること ③その他、「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたこと

◎主催／教育出版 ◎後援／日本環境教育学会
◎協賛／読売新聞、日本環境協会、全国小中学校環境教育研究会、毎日新聞社、毎日小学生新聞
*募集・後援団体は毎年変更して、最新申請中です。

入選作品

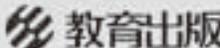


ぼくらは、守られている

この写真なんだからわかりますか。これは、ぼくの小学校の前の道だ。この道には、青とオレンジと白色の三角の上がった形の変わったものが並んでいる。
これは、ソリッドシートという名前のものようで、車を運転する人には、道がでこぼこしているように見えて、法外し。ゆっくりと走ってもらうためのものだろうだ。
ただの道書きではなく、ぼくたちみんなを守るためにえがかれていることがわかった。ぼくらが毎日安全に登校できるのは、このような変わった道のおかげなんだなあと思った。
運転手さん、このもようを見たら、ゆっくりやさしく走ってくださいね。

応募の決まりなど詳しくはホームページを見てね

<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>



TEL 03-3238-6862 FAX 03-3238-6887
〒103-0001 東京都千代田区有明3-1-12

関数的な見方や考え方の習得は 学習成果のバロメーター

木村 寛

【作新学院大学特任教授、宇都宮大学名誉教授】

「関数」に関わる内容の理解は、他の領域の内容に比べて思わしくないという。関数の概念が、現実界や数式、図形の内容を基にして考察されることを思えば当然であろう。かつて、中学校を中心に、関数の概念を支える概念として、「集合」、「対応」、「順序」や「変数」が抽出され、それらの理解に注意を払った関数指導が試みられた。ここでは、現実界の事象を抽象して関数概念を導くという考えは極端に薄かった。理論としての関数概念を理解させることに重点が置かれ、進んだ生徒に対する関数概念の導入であった。

いま、小学校から続く「比例」、「反比例」にはじまる関数概念の指導を再考してみたい。そのために、関数概念がどのように発展してきたかを次のように解釈してみた。

現実界のいろいろな事象を観察する。それらの事象の中に、互いに影響し合う（因果関係がある）事象があることを見つける。それを式で表したものが関係式である。そして、どちらがどちらに影響を与えているか（依存関係）の視点で捉え、同じ因果関係とみられるものを抽象化して、比例、反比例、一次関数、二次関数、……等と特徴づける。さらに、それらに共通の一意対応するものとして抽象化した関数概念に到達する。高等学校以降で、関数と写像は定義では等しい概念であるとまとめられ、抽象

化した対象を新たな考察の対象とする数学の世界へ導くことになる。中学校の指導では、関数の一般的定義を第1学年で行うか、第3学年で行うかの2通りの展開が考えられる。

さて、生徒の立場を想像するならば、はじめの「比例」と「反比例」で、いかに実感を持った活動をするのかが重要であろう。これから考察する対象を身近に感じるように、まず、身近な現実的事象に潜む因果関係を見つける活動を多く体験させたい。次に、身近な現実的事象を例にとり、知りたい・求めたいものを決めて、それを求めるためには何を調べればよいかを探す活動。そして、その様相を表にして変化の特徴をいろいろ探る活動へつなげたい。

数学を活用して種々の問題を解決する際には、関数的な見方や考え方が頻繁に使われる。その中でまず必要となるのが、求めるものが何に依存するかという見方だからである。そして、現実界の事象から特徴を見つけだすには、場面を単純化・理想化してみる考え方も欠かせない。

先人も言うように、関数的な見方や考え方は大なり小なりすべての学校数学に関連している。関数の理解を図るには数式や図形の指導の過程でも、適宜、それを意識した扱いをすることも大切であろう。

実践例 1年

数学的活動を意識した関数の授業づくり

軍司 匠

〔神奈川県川崎市立高津中学校教諭〕

1. はじめに

関数領域において、中学1年では「比例と反比例」を学習していく。「関数」という言葉については中学1年で初めて出てくるものであるが、「比例」「反比例」といった関係については小学校ですでに「ともなって変わる量」として学習している内容である。

にもかかわらず、生徒に比例や反比例の指導をしていると、なかなか理解が進んでいかないように感じる。小学校から繰り返し学習している内容であるにもかかわらず、なぜ関数に対して苦手意識をもつ生徒が多いのか？

その部分を考えながら、関数の授業を自分なりに試行錯誤しながら進めている。

2. 授業づくりの視点

関数に対する苦手意識について、私は次の2点が大きな理由だと考えている。

- ① x の値と y の値の関係のとらえ方が、小学校と中学校で若干違う。
- ② グラフと実際に起きていることがらをリンクすることができていない。

①について、小学校では比例の定義について、「 x の値が2倍、3倍、…になると、

それにもなって y の値も2倍、3倍、…になるとき、 y は x に比例する という」となっている。しかし、中学校では「 y が x の関数で、 $y=ax$ (a は定数) という式で表されるとき、 y は x に比例する という」となっている。

つまり、2つの数量を表で表したとき、小学校では横の関係に注目していたのに対し、中学校では縦の関係に注目することになるわけである。

<小学校の見方>

x	1	2	3	4	
y	3	6	9	12	

Diagram showing relationships between x and y values in the elementary school view. An arrow from x=1 to x=2 is labeled $\times 2$. An arrow from x=2 to x=3 is labeled $\times 3$. An arrow from y=3 to y=6 is labeled $\times 2$. An arrow from y=6 to y=9 is labeled $\times 3$.

<中学校の見方>

x	...	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{12}$...
y	...	3	6	9	12	...

Diagram showing relationships between x and y values in the middle school view. An arrow from $\frac{1}{3}$ to $\frac{2}{6}$ is labeled $\times 3$. An arrow from $\frac{2}{6}$ to $\frac{3}{9}$ is labeled $\times 3$.

この部分は式と表を結びつけるうえで重要なポイントであるが、この見方に気づかない生徒も少なくない。

余談ではあるが、中学3年になって次の

表を見たときに、「 y は x の2乗になっている」という見方ができずに、「 y の増え方が一定量ずつ増えている」といった階差数列の見方しかできない生徒がいることは、この問題と関係があると考えられる。

x	...	1	2	3	4	...
y	...	1	4	9	16	...

②については、グラフをただの「線」としてしかとらえられていないことに問題があると考えられる。これまで見てきた生徒の中には、きちんとした理解をともなわずに、「グラフが直線だったら比例、曲線だったら反比例」と考えている生徒もいた。これでは式、表、グラフを結びつけて考えることが難しくなり、関数を理解することも困難になってしまう。

では、いかにして①、②の部分の問題を解決していくか？

私は「性質などを見いだす活動」や「日常生活で数学を利用する活動」といった「数学的活動」を意識することで解決の方法を探っていった。

3. 授業の実践例

① 表の中から規則を見いだす

関数領域の学習をする際、私は必ず生徒に表やグラフの特徴を考えさせるようにしている。

例えば表の特徴をあげるとき、比例の場合は、

- ・ x の値が2倍、3倍、…になると、
 y の値が2倍、3倍、…になる。
- ・ y を x で割ったときの値が常に一定。
- ・ y の値の増え方が常に等しい。
- ・ $x=0$ のとき、 $y=0$ となる。

などといった特徴があがる。

また、反比例の場合は、

- ・ x の値が2倍、3倍、…になると、
 y の値が $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、…になる。
- ・ x と y の積が一定。
- ・ y の値の増え方が等しくない。
- ・ x の値が正のとき、 y の値の符号は変わらない。

などといった特徴があがる。

このように特徴をあげることのメリットには2つのことがあると思う。

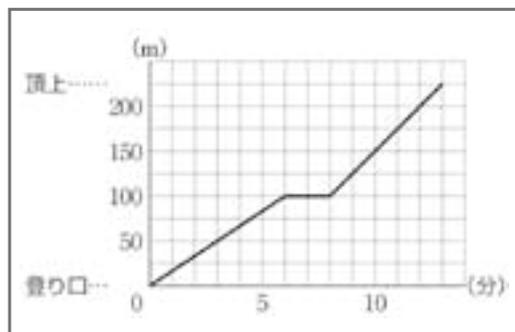
まず1つ目のメリットは、「性質が頭に残りやすい」という点である。与えられたものより自分で見いだしたものは、印象も強くなる。またそこで、周りの友達が思いもかけない特徴に気づき、発表すれば、その印象はさらに強まる。

もう1つのメリットは、「第2学年以降にも生かすことができる」という点である。1年で「表やグラフが出てきたら特徴を見つける」ということをしていれば、2年でも3年でも関数の特徴に注目することが当然のこととなる。そうすれば、表やグラフの理解が進みやすくなる。また、例えば、1年のときに「 y の値の増え方」ということに注目がいけば、2年の「変化の割合」の考え方にスムーズにつなげることができ、「比例は1次関数の一部」といったことも理解がしやすくなる。

② グラフを具体的なことがらと結びつける

教育出版の教科書の中では、関数を学習する部分で次のグラフを使った問題が出題されている。ここでは、ケーブルカーの出発してからの時間と高さの関係が表され、

それにもなって、「3分後の高さ」「ケーブルカーが100mの高さにあるときの時間」が問われている。



もちろん、時間と高さの対応について確認することは重要なことである。しかし、せっかくこのようなグラフが提示されているのであれば、このグラフの特徴について生徒に考えさせる機会ももちたい。

例えば「このグラフを見て、ケーブルカーはどのように動いていますか？」という問いを与えることもできる。すると、生徒は次のような考えを示す。

- ・ 6分～8分は平坦な道を進んでいる。(もしくは、駅などに停車している)
- ・ 0分～6分、8分～13分はそれぞれ一定の速さで進んでいる。
- ・ 6分までの速さより、8分以降の速さの方が速い。

実際には一定時間に登る長さの比較になるので、登っている坂の傾斜などを考えると単純な速さが読み取れるとはいえない。しかし、1つのグラフを読み取るなかで、「ケーブルカーがどのような進み方をしてるか考えている」という点で、具体的なことがらと結びつけて考えているといえる。

自分が担当したクラスの中には、このグラフからケーブルカーが登っている坂の傾

斜まで考えをめぐらせたクラスもあった。このように考えることで、グラフを単なる線としてとらえるのではなく、そこから情報を得ることができる1つのツールとしてとらえることができる。そして、グラフを具体的なことがらと結び付けて考えることは、グラフを深く読み取り、思考力や表現力を育てていくうえで有効な手立てになると考えている。

これも余談になるが、私はこの授業の中で「ダイアグラム」の紹介も行った。すると生徒は、自然と「グラフとグラフが交わったところで何が起きているか」「傾きが違っているグラフは具体的に何が違っているか」などを話し始めていた。

4. 最後に

関数を指導するうえで自分が意識していることを「数学的活動」という点に注目して述べさせていただいた。このような授業を行っていて思うことは、「生徒の発想は本当に豊かだ」ということである。生徒はこちらが思いもつかないような考えや発想をもって、それが発表されることで私自身驚かされることも多々あった。

しかし、教師が固定観念をもって授業に臨んでしまうと、こうした自由な発想は出てこなくなってしまうのではないかと思う。もちろん知識として押さえるべき部分はあるが、それをただ教え込む、または誘導尋問的に引き出すだけではなく、時には生徒の考えを十分に引き出す授業も必要なのではないかと思う。それが、関数的な見方や考え方を高めることにつながっていくと思う。

実践例 2年

他領域との 統合的な理解と素地づくり

小石沢 勝之

[筑波大学附属中学校教諭]

1. はじめに

一般に関数関係は目で見ることができないために、表、式、グラフを利用して視覚化し、その関係に迫ろうとする。関数それ自体が動的な対象を考察する抽象的な概念であることと、視覚化した表、式、グラフを相互に関連付けることが必要となるため、関数について困難を感じる生徒は少なくない。一方で、関数的な見方や考え方は、具体的な事象の考察や理解のために必要となる場面が多く、数学の様々な分野の捉え直しにも重要な役割を果たすものでもある。

第2学年では、第1学年の比例の学習の発展として1次関数を学ぶ。第1学年までの学習と同様に、表、式、グラフを相互に関連付けて関数の理解を深めたり、具体的な事象を1次関数とみなして未知の状況を予測したりすることが大切である。

本稿では、関数的な見方や考え方を育てるための工夫として、その素地となる指導事例について、教科書の題材を中心に他領域との関連もふまえて検討していく。

2. 授業実践に当たって

(1) 変化の割合の素地を育てる

数と式領域で式の値を学習する。例えば、教育出版・教科書の第1学年に次のような例題がある。ここで代入する a の値を -2 から1ずつ増加させていく。表のようにまとめると、代入する値が1増加すると、式

【教科書「中学数学1」p.67】



a に代入した値	式の値
-2	$3 \times (-2) = -6$
-1	$3 \times (-1) = -3$
0	$3 \times 0 = 0$
1	$3 \times 1 = 3$
2	$3 \times 2 = 6$

の値が3増加することが分かる。また、増量3が $3a+4$ の a の係数である3と一致することも確認する。

教科書の導入場面にある空気中に伝わる音の速さが秒速 $(331+0.6x)$ mという内容も、振り返って考えることで、気温が 1°C 増加すれば音の速さも 0.6m/s 増加するという反応を生徒から引き出したい。この段階で変化の割合について深入りすることはできないが、式の見方を豊かにするという観点も含めて、文字を変数として扱い、変化の割合につながる素地をつくることを意識したい。

(2) 方程式と関数を統合的に理解する

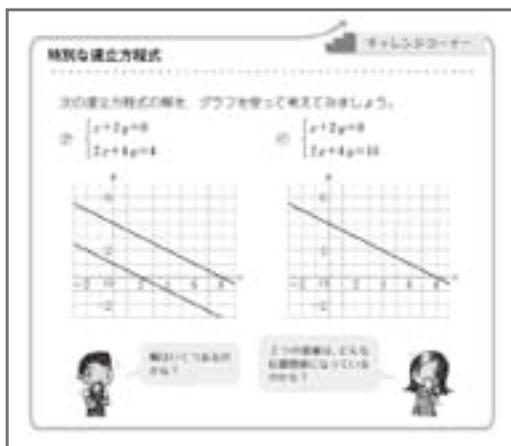
全国学力・学習状況調査の結果を見てみると、平成20年度A③(3)、平成21年度A②

で、2元1次方程式と1次関数に関連する問題が出題されている。平成20年度調査は、2元1次方程式の解がその方程式を成り立たせる x 、 y の値の組であることや、1元1次方程式の解の個数との違いを理解していることが求められる問題であったが、正答率は59.1%であった。この結果を受けて出題された平成21年度調査では、2元1次方程式の解を座標とする点の集合は直線として表されることを理解していることが求められる問題であり、正答率は36.7%であった。2元1次方程式のグラフが直線であると学んでも、その直線が2元1次方程式の解を座標とする点の集合であると理解できない生徒が多くいる現状とともに、式とグラフを相互に関連付けられていないことが分かる。

この結果について、数と式領域でつまずいた内容が生徒にとっての既習事項となり、領域の壁を超えた既習の活用場面でも継続的に現れる例と考えれば、このようなつまずきを調査結果や経験から予見し、つまずきを生かした授業展開を行うことが大切である。

実際の授業では、2元1次方程式の解を求める活動の中で、1元1次方程式を満たす x の値は1つに決まるけれども2元1次方程式を満たす x 、 y の組は1組に限らないことを確かめたり、解の集合をグラフに表すと直線で表されることを確認したりする指導が必要となる。こうした指導により、連立2元1次方程式の解は座標平面上の2直線の交点の座標であることも学習できる。このように、つまずきを予見した上で、つまずきを生かした指導が構想できれば、式とグラフを相互に関連付ける契機の一つとなり、また方程式と関数を統合的に理解することにもつながると考えられる。

【教科書「中学数学2」p.90】



(3) 表、式、グラフを相互に関連付けられるようにする

前述した例のように、表、式、グラフを相互に関連付けられるようにするためには、それぞれの特徴やよさを把握している必要がある。例えば、

表……………順序よく整理することで、対応関係が明確になり、変化の様子を考察できる

式……………事象の関係を明瞭に示すことができ、未知の値を推定できる

グラフ…2量の変化の様子を視覚的に表現し、考察することができる

のように、それぞれの特徴を理解した上で、「表から式へ」、「式から表へ」のように異なる表現間を行き来することにより、関連付けが図られる。

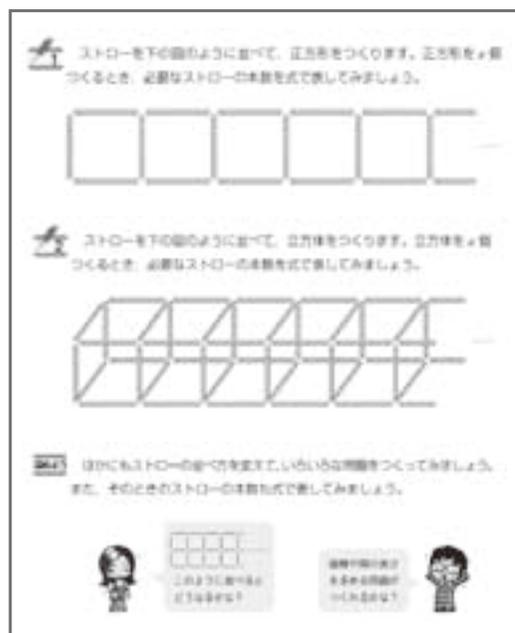
教科書の素材を見てみると、水温の実験で1分間あたりの水温の上昇幅が一定であることから傾きが分かるので、与えられた表をグラフや式に表すことによって考察の対象が広がるだろうし、標高と気温の関係について表からグラフをかくことによって1次関数とみなし、2点を通る直線を考えて式を求めることによって、未知の値を推定できる。相互に関連付けることのよさを

確認する授業展開によって、多面的にものを見たり、複数の事象を結び付けて考えたりできるようになる。加えて、グラフで表すことや1次関数の式を求めることだけを問題にするのではなく、事象をグラフや式で表したあと、グラフや式で表されたものから必要な情報を読み取って解釈し、問題を解決する場面を設定することも大切である。

(4) 実験や体験を伴いながら、関数的な見方や考え方を育てる

第1学年の教科書には、ストローを三角形に並べたり、正方形に並べたりする題材がある。

【教科書「中学数学1」p.88】



これは、条件を変えて考えてみることによって、1次関数の考え方や見方を養うためにも使える教材となる。例えば、①他の多角形（三角形，正方形，五角形，…）ならどうなるか，②空間図形（三角柱，立方体，…）で考えるとどうなるか，③もとの図形の並べ方を変えたらどうなるかなど，視点

を変えることによって，変わる量と変わらない量との関係が把握され，増える本数が一定ならば1次関数であるが，増える本数が変化すれば1次関数でないといった理解へとつながる。この際，表を利用すると整理しやすいといった反応が生徒から出た場合には，表のよさを理解し，事象と表を対応させながら表と式が結びついているとも考えられ，式と表を関連付ける機会にもなる。さらに発展的に考えると，

①で n 角形ならば， $y = (n - 1)x + 1$ ，

②についても同様に， $y = (3n - 4)x + 4$

と式を予測することができる。実験場面を素材とした問題が全国調査のB問題で扱われていることも含め，普段の授業の中から体験活動を大切にした授業展開を考えて，関数的な見方を育てられるようにしたい。

3. おわりに

本稿では，関数的な見方や考え方を育てるための工夫として，その素地をつくる指導事例をいくつか挙げた。関数的な見方や考え方は，関数領域でその育成を図ることが中心ではあるものの，他領域まで視野を広げてみると，その基礎となる部分は様々な場面で扱われていることが分かる。文字式や方程式にはその教材となるものが多い。また，大規模調査の結果や経験的な理解から，生徒のつまずきを見出した上で授業を構成することによって，表，式，グラフを相互に関連付ける理解を促すことも可能になる。関数的な見方や考え方を養えるかという視点で，あらためて今までの教材を見直すことが大切になるだろう。

[引用・参考文献]

・国立教育政策研究所（2012）；全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ（中学校編） 教育出版

実践例 3年

関数的に見たり考えたりする 授業のポイント

俣士 輝彦

〔東京学芸大学附属世田谷中学校教諭〕

1. 関数的な見方や考え方

関数的な見方や考え方とは、

- ・ 複数 (2つ) の量 (変数) の依存関係に着目する
- ・ 複数の量の対応に関わる規則性を見出す
- ・ 対応の規則性を利用する
- ・ 表やグラフや式などで対応の規則性を工夫して表現する

といったものである。そのよさは、発見の能力や態度を育てたり、事象を数理的に捉える能力や態度を育てたり、帰納的な考え方を育てたりすることである。数学学習のあらゆる場面において、関数的な見方や考え方を必要とするような場面を設けたい。同時に、関数的な見方や考え方によって演繹的に見出される (一部、帰納的な考えに頼る部分もあるのだが) 数学的な結論と対比できるよう、帰納的な考え方によって数学的な結果を予想し、帰納的に結論づける場面を設けたい。

本稿では、そのような関数的な見方や考え方を育てる2時間構成の授業について、3年「式の計算」の学習終了時期を想定し、読者の方々に馴染みのある課題を用いてポイントを述べたい。

2. 授業のポイント

想定する学習時期が3年「式の計算」の終了後であるから、本稿で述べる教材では2次の世界を扱う。

(1) 課題

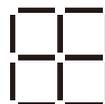
課題は、次のような図を与え、最終的には n 番目の正方形の方眼を作るのに必要な棒の数について考えるものである。1年で扱うことの多い1方向にのみ増える形の発展型ともいえる課題だが、行と列の2方向について増加するので、結果は n の2次式になる。

【課題】 同じ長さの棒を使って、図のような方眼を作っていきます。

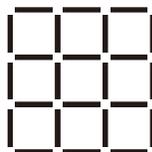
1番目



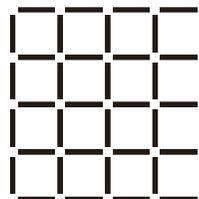
2番目



3番目



4番目



授業の目的は、

- ① 文字を用いて、具体的な2次の問題を考える
- ② 関数的な見方や考え方を身につけ、使い慣れる

といったものであろう。学級の実態に合わせて、ワークシートを作って配布してもよ

い。図は縦に並べても横に並べても構わないが、規則的な変化が生徒にわかりやすくなるように並べることがポイントであろう。

(2) 展開Ⅰ；帰納的に考える

まず、次の発問をする。

10 番目の方眼では、棒は何本必要だろうか。

この問いは、具体的な条件を与えて帰納的に考えることを促すものであり、「規則性を見出す」という関数的な見方や考え方に関わる重要な活動のひとつである。

4 番目まで図示してあるので、帰納的にも求められるだろうが、2 次の課題であるから帰納的に結論づけるには多少工夫が必要である。しかし、ここでの思考は、次の段階で演繹的に考える際のヒントになる。

この段階で、生徒は番目の数 n (以下、番目数) と棒の総数 (以下、総数) に着目し、「番目数が 1, 2, 3, 4, … と増えると、総数は 4, 12, 24, 40, … と増えていく」という事実に基づいて、両者間に成り立つ規則性を見出そうとする。しかしながら、これが必ずしも両者の間の具体的な依存関係、すなわち「総数が番目数の 2 次式になっている」、あるいは「総数が番目数の式で表せる」等に気づいているわけではないことに留意したい。

自発的に表を描き始める生徒もいる。表は多くの情報を提供するから、教師は積極的に表で考えることを勧めるべきだろう。この問題の場合は 2 次式になるから、総数の増え方は等差数列的ではない。これが、この問題のポイントである。このことは、この問題を演繹的に考えようとする動機になる。そして、帰納的に考える段階で、表に表すなどして階差を考えることによって、問題の特徴を把握できる。実際、公差 4 の階差数列が現れる。

番目数	1	2	3	4	…	10
総数	4	12	24	40	…	□
階差		8	12	16	20	…
公差		4	4	4	…	4

その結果、例えば、まず「総数は、1 つ前の総数と、番目数に 4 を乗じた数 (= 1 つ前の総数との階差) の和になる」ことに気がつき、次に (漸化式についての知識がないので) 「階差や総数は番目数で表されなければならない」ことに気がつき、さらに「1 つ前の総数との階差は番目数の 4 倍であり、これに公差 4 を加えた数に番目数の $\frac{1}{2}$ の数を乗じると総数が求まる」ことを見出した。これらは、考えついた生徒に発表する機会を与え、板書説明などによって必ず学級全体で共有する。

ところが、この問題は図から計算で棒の総数を求める方法のほうが、表から帰納的に考えて求める方法よりもはるかに容易である、ということに気がつく生徒がいる。例えば、実際の授業では、生徒 A が「4 番目の場合ならば、図を左から見て縦棒の総数は $4 \times 5 = 20$ 、上から見て横棒の総数は $5 \times 4 = 20$ だから、合わせて 40 本。だから、これと同じ方法で考えれば 10 番目の場合、縦の総数 10×11 、横の総数 11×10 の合計だから 220 本である」とした。例外なく、このような説明は表からの説明よりもわかりやすく、生徒からは感嘆の声が聞かれる。ここまでで、1 単位時間 50 分を要する。

(3) 展開Ⅱ；計算方法を見出し式に表す

このような生徒の存在とその発言が発端となって、2 時間目は、 n 番目の総数を n を用いた式で表し一般化しようということになる。そこで、

n 番目の方眼では、棒は何本必要だろうか。

と問う。教師は口頭で「数え方を工夫し、それを式に表そう。いろいろな数え方を考えよう」などと助言する。ポイントは、整理された n の 2 次式ではなく、考え方を表す形の式をそのまま書く ことである。そして、式に表すだけでなく、どう考えてその式が導かれたか、すなわち理由を必ず記述するようにする。紙面の都合で紹介できないが、生徒は多種多様な数え方を思いついて式に表し説明しようとする。例えば、前掲の生徒 A は、縦棒の総数 $n \times (n + 1)$ と、横棒の総数 $(n + 1) \times n$ の和になると述べた。しかしながらこれは、10 番目の場合の数え方をそのまま n 番目の場合に一般化したようにも受け取れる。だから、どう考えて $n + 1$ としたかを、植木算の考えなどを利用して生徒自身が説明するようにしたい。

相手への説明の形式として、ペアに編成して自分のアイデアを説明し合う場面を設けたり、生活班などの班構成にして互いに説明し合う活動を取り入れたりするのも効果的である。説明を聞いて理解し、理解できるように説明する活動は、聞く側と説明する側の双方に深い理解を要求するため、説明する力と同時に関数的な見方や考え方が養われる。

特に指示しなければ図から考えようとする生徒が多いが、前時に表から導かれた帰納的な考え方を図を用いて再度説明し直すことは、「①見出された関係を ②文字を用いて ③関数的な見方や考え方によって一般化する」という大事な活動であるため採り入れるべきである。

(4) 展開Ⅲ；式から考えを予想する

上記(3)のように、生徒の考え方の説明によって式が表す内容を理解する場面と同様、式から考え方を予想する活動も必ず採り入れたい。「式を読む」ことで、考え方が式にそのまま反映されていたり、同じ式なのに

考え方が異なる、というケースに出会うことができ、関数的な見方や考え方を式を読むことから育てるとも重要な活動となる。

(5) まとめ；同値であることの確認

様々な形の式も整理すると、すべて

$$2n^2 + 2n$$

という形になることに生徒は改めて驚く。大切なのは、すべて同じ式になることの意味、すなわち「数え方は多様であっても総数は一意に決まっている」ということについて、生徒が考え理解することである。

3. 関数的な見方や考え方を育てる授業

関数的な見方や考え方を育てる授業のための教材に迷う教師はいないだろうが、そのような教材を用いた効果的な授業展開については、様々な考え方があがる。本稿で筆者が述べたかったことは、関数的な見方や考え方を育てる授業においては、

- ・数学の授業であっても帰納的に考える場面がある
 - ・表や式を利用して考える
 - ・考え方がわかるような形で式に表現する
 - ・式から考えを読み取る
 - ・相手に考えがわかるように説明し、相手の考えを理解する
- の 5 つが大切である、ということである。

[参考文献]

- ・中島健三 (1981)；算数・数学教育と数学的な考え方 金子書房
- ・片桐、古藤、平岡 (1985)；最新中学校数学科指導法講座 第 1 巻 数学的な考え方の指導 明治図書
- ・片桐重男 (2004)；新版 数学的な考え方とその指導 第 1 巻 数学的な考え方の具体化と指導 明治図書



書籍のご紹介

『創造性と論理性を育む図形教材の開発とその指導 ー教材のストーリー化ー』

坂井 裕 著 本体 2,400 円+税

図形脳を育む指導法の工夫を やさしく具体的な事例で紹介！

自ら課題を見だし、自ら解決する力の育成は、今日的な課題であり、それに応えるための有力な題材として図形を取り上げる。新しい性質を見いだすための「意図的な考え」の指導方法を具体的な事例を通して示し、新しい性質どうしのネットワークを創る面白さを実感する図形の指導方法を提言する。

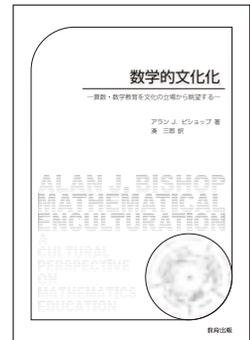


『数学的文化化 ー算数・数学教育を文化の立場から眺望するー』

アラン J. ビショップ 著 湊 三郎 訳 本体 4,000 円+税

「数学」と聞くと 身震いが生じる……

数学恐怖症や多数の落ちほれを生み出す西欧の数学教育はどこに問題があるのか。ビショップ氏はこの問題を解き明かし、教師のあるべき姿に貴重な示唆を与える。



『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』

金本 良通 著 本体 3,800 円+税

算数・数学の授業における コミュニケーションの本質に迫る！

算数・数学の授業において数学的コミュニケーションを展開するための新たな理論を構築するとともに、数学的コミュニケーション能力を育成するための授業展開を考察し、その在り方を提言する。



▶▶ 書籍に関するお問い合わせ：教育出版販売部 TEL 03-3238-6965

関数 指導の系統図

小学校 4年

数量関係

ともなって変わる2つの数量

(1) 伴って変わる二つの数量の関係を表したり調べたりすることができるようにする。

ア 変化の様子を折れ線グラフを用いて表したり、変化の特徴を読み取ったりすること。

(2) 数量の関係を表す式について理解し、式を用いることができるようにする。

ウ 数量を□、△などを用いて表し、その関係を式に表したり、□、△などに数を当てはめて調べたりすること。

図形

ものの位置の表し方

(3) ものの位置の表し方について理解できるようにする。

小学校 5年

数量関係

ともなって変わる2つの数量の関係

(1) 表を用いて、伴って変わる二つの数量の関係を考察できるようにする。

ア 簡単な場合について、比例の関係があることを知ることにする。

(2) 数量の関係を表す式についての理解を深め、簡単な式で表されている関係について、二つの数量の対応や変わり方に着目できるようにする。

数量関係

割合、百分率

(3) 百分率について理解できるようにする。

『中学校学習指導要領解説 数学編』に、中学校数学科における関数指導の目標として、次のことが示されている。

① 関数と表、式、グラフ

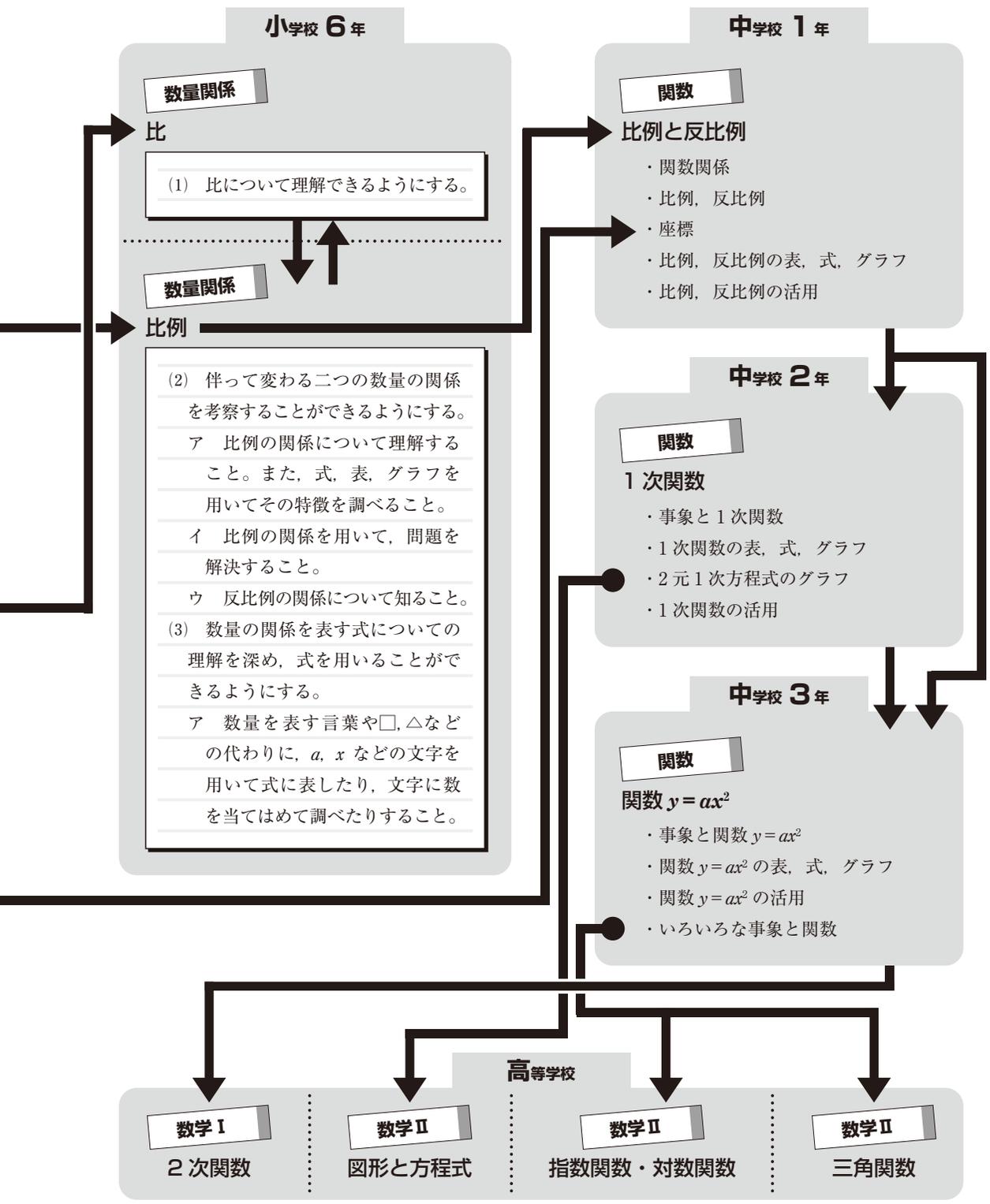
ア 関数についての基礎的な概念や性質を理解できるようにする。

イ 表、式、グラフを相互に関連付けて関数について調べる能力を伸ばす。

② 関数を用いて事象をとらえ説明すること

ア 関数を活用し説明する能力を伸ばす。

イ 関数的な見方や考え方を用いて事象をとらえる態度を養う。





表紙・写真

くじら橋 (東京都稲城市)

くじら橋は、隣接する2つの公園を結ぶ歩道橋で、桁高や幅員が3次元的に変化する個性的な形状をしている。その洗練された優美な姿から、橋には散歩やジョギングをする人など、多くの人が行きかい、地元住民に愛されている。

中学数学通信 coMpass [2014年 秋号] 2014年9月1日 発行

編集：教育出版株式会社編集局
印刷：大日本印刷株式会社

発行：教育出版株式会社 代表者：小林一光
発行所：教育出版株式会社
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10 電話 03-3238-6864 (お問い合わせ)
URL <http://www.kyoiku-shuppan.co.jp>



なかよし宣言

わたしたちをとりまく自然や社会は、科学技術の進展や国際化、情報化、高齢化などによって、今、大きく変わろうとしています。このような社会の変化の中で、人間や地球上のあらゆる命がのびのびと生きていくためには、人や自然を大切にしながら、共に生きていこうとする優しく大きな心をもつことが求められています。

わたしたちは、この理念を「地球となかよし」というコンセプトワードに込め、社会のさまざまな場面で人間の成長に貢献していきます。

- 北海道支社 〒060-0003 札幌市中央区北3条西3丁目1-44 ヒューリック札幌ビル 6F
TEL: 011-231-3445 FAX: 011-231-3509
- 函館営業所 〒040-0011 函館市本町6-7 函館第一生命ビルディング3F
TEL: 0138-51-0886 FAX: 0138-31-0198
- 東北支社 〒980-0014 仙台市青葉区本町1-14-18 ライオンズプラザ本町ビル 7F
TEL: 022-227-0391 FAX: 022-227-0395
- 中部支社 〒460-0011 名古屋市中区大須4-10-40 カジウラテックスビル 5F
TEL: 052-262-0821 FAX: 052-262-0825
- 関西支社 〒541-0056 大阪市中央区久太郎町1-6-27 ヨシカワビル 7F
TEL: 06-6261-9221 FAX: 06-6261-9401
- 中国支社 〒730-0051 広島市中区大手町3-7-2
あいおいニッセイ同和損保広島大手町ビル 5F
TEL: 082-249-6033 FAX: 082-249-6040
- 四国支社 〒790-0004 松山市大街道3-6-1 岡崎産業ビル 5F
TEL: 089-943-7193 FAX: 089-943-7134
- 九州支社 〒812-0007 福岡市博多区東比恵2-11-30 クレセント東福岡 E室
TEL: 092-433-5100 FAX: 092-433-5140
- 沖縄営業所 〒901-0155 那覇市金城3-8-9 一粒ビル 3F
TEL: 098-859-1411 FAX: 098-859-1411