

コンパス COMpass

compass は教育出版が発行する情報誌です



アクティブ・ラーニング
小中連携
ICT 活用

新年度に考える
これからの指導



教育出版

CONTENTS

「巻頭言」

アクティブ・ラーニングの視点からみる新版教科書「中学数学」 坂井 裕 3

〈特集〉新年度に考えるこれからの指導

提言 1 これからの中学校数学の指導について
— 数学を学ぶ楽しさや数学を学ぶ意義を伝えていくこと — 山崎 浩二 6

提言 2 小学校から考える小中連携 高槻 義一 8

提言 3 わかりやすい数学授業のためのデジタル教科書活用 高橋 純 10

〈連載〉数学的活動へのイノベーション

貴重な文化財『算額』の探究 吉野 茂 12

平成28年度用教科書『中学数学』 章の配列と指導時数 15

第14回

地球となかよし メッセージ

作品募集 (2016年度)

「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたことを、
写真(またはイラスト)にメッセージをつけて表現してください。

応募者全員に
参加賞が
もらえるよ!

応募資格	小学生・中学生(数名のグループ単位での応募も可)
応募期間	2016年7月1日～9月30日 詳細は「優秀作品展示室」とあわせてホームページをご覧ください。
作品 テーマ	①身のまわりの自然が壊されている状況を見て感じたことや、自然環境や生き物を守るための取り組み ②さまざまな人との出会いを通して、友好の輪を広げた体験、異文化交流、国際理解に関すること ③その他、「地球となかよし」という言葉から感じたり、考えたりしたこと

◎主催/教育出版 ◎協賛/日本環境教育学会
◎後援/環境省、日本環境協会、全国小中学校環境教育研究会、毎日新聞社、毎日小学生新聞
*協賛・後援団体は昨年実績で、継続申請中です。

応募の決まりなど詳しくはホームページを見てね

<http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/>



教育出版

「地球となかよし」事務局 TEL 03-3238-6862 FAX 03-3238-6887
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10

入選
前回
作品



受け継がれる伝統と心

私は中学校で、かるた部に所属しています。私がかるたを始めたのは小学校四年生の頃です。私はこのときから、かるたが好きです。理由は、男女も年齢も関係なく、平等な立場で試合に立ち向かえるからです。また、いろいろな年代の方と話したり、仲良くなったりできることも、試合をしている全員が、古くからある百人一首を一生懸命とっている姿も私のお気に入りです。百人一首が現在まで残っているのは、日本人が百人一首を大切にしてきたからだ、私は思います。なので、私も大好きな百人一首をこれから先も残せていけるように、かるたを続けていきたいです。

アクティブ・ラーニングの視点からみる 新版教科書「中学数学」

坂井 裕

【東京学芸大学名誉教授】

平成 20 年 3 月告示の学習指導要領に準拠して作成された教科書は平成 24 年度版が初めてであり、今回改訂した平成 28 年度版はその 2 回目にあたります。したがって平成 28 年度版は 24 年度版の編集方針等を踏襲しましたが、これまでの内容をより充実させるとともに、盛り込んだ素材もいっそう豊富にしました。新版教科書「中学数学」がよりよい授業づくりに役立つと確信します。

一方、よい授業を創るには指導方法も重要な要素になります。特に中学校教育においては講義法的な授業にならないように指導方法を工夫することが必要不可欠といえましょう。教科書のよさを十分に発揮させるため、今後注目されると考えられるアクティブ・ラーニングの視点から新版教科書「中学数学」をながめてみることにします。

アクティブ・ラーニングについては、平成 26 年 11 月に中央教育審議会に諮問した「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」の中に、「今後のアクティブ・ラーニングの具体的な在り方についてどのように考えるか。また、そうした学びを充実させていくため、学習指導要領等において学習・指導方法をどのように教育内容と関連付けて示していくべきか。」が盛り込まれています。また、これより前の平成 24 年 8 月に、「新たな未来を築くための大学教育の質的転換に向けて」の答申が

あり、その中に、「従来のような知識の伝達・注入を中心とした授業から、教員と学生が意思疎通を図りつつ、一緒になって切磋琢磨し、相互に刺激を与えながら知的に成長する場を創り、学生が主体的に問題を発見し解を見いだしていく能動的学修（アクティブ・ラーニング）への転換が必要である。」との記述がみられます。「アクティブ・ラーニング」は、用語集には下記のように解説されています。

「教員による一方向的な講義形式の教育とは異なり、学修者の能動的な学修への参加を取り入れた教授・学習法の総称。学修者が能動的に学修することによって、認知的、倫理的、社会的能力、教養、知識、経験を含めた汎用的能力の育成を図る。発見学習、問題解決学習、体験学習、調査学習等が含まれるが、教室内でのグループ・ディスカッション、ディベート、グループ・ワーク等も有効なアクティブ・ラーニングの方法である。」

中学校教育においては既にアクティブ・ラーニングの方法で指導している場面もありますが、今後いっそう活発に採用する必要があるのではないかと考えます。

アクティブ・ラーニングの視点から新版教科書「中学数学」を一瞥すると、Let's Try、本文 Q や問、例題、みんなで数学、チャレンジコーナー、数学の広場、自由研究

の内容の中には、アクティブ・ラーニングの指導方法により生徒を巻き込み効果的に指導できるものが数多く見受けられます。

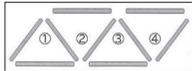
いくつかの事例をあげてみます。

【中学数学 1】における事例

2章「文字と式」について、以下の題材を用いたアクティブ・ラーニングによる指導過程の試案を次に掲げます。

【教科書「中学数学 1」 p.59 Let's Try】

Q1 やすおさんは、下の図のように、ストローを並べて三角形をつくりました。三角形を3個、4個つくる時、ストローはそれぞれ何本必要でしょうか。また、30個つくるには何本必要でしょうか。



Q2 Q1で、ストローの本数をそれぞれのように求めたかを、みんなで話し合ってみましょう。

【教科書「中学数学 1」 p.79 問 4】

伝えよう!
問 4 59ページのQ1で、三角形を x 個つくとします。このときのストローの本数を、つばささんとはるかさんは、それぞれ次の式で表しました。2人はそれぞれどのように考えたかを説明しなさい。また、2つの式をそれぞれ計算して気づいたことをいいなさい。

<つばさ>
 $\{3x - (x - 1)\}$ 本



<はるか>
 $\{x + (x + 1)\}$ 本



【教科書「中学数学 1」 p.92 数学の広場】

1 ストローを下図のように並べて、正方形をつくります。正方形を x 個つくる時、必要なストローの本数を式で表しましょう。



全員の生徒を巻き込む活動になるようにクラスをグループに分けてそれぞれのグループで話し合いができるようにします。課題はストローを三角形の形にして三角形を3個、4個、30個つくる時、それぞれに必要なストローの本数を求めるのですが、Q1をそのまま使うのではなく、三角形の形を4個つくるときにしばって必要なスト

ローの本数をいろいろな考え方で求めさせます。その結果を発表し合うと、いろいろな考え方が出てくると予想されます。例えば1本ずつ数えて求める考え方が出ることもあると思います。次に、発表された考え方を吟味する段階をつくり、それらの考え方が30個の三角形の形をつくる時にも通用するかどうかを議論します。議論の結果はノートに記述させます。新版教科書ではこれらの考え方の中から一つだけを取り上げて展開していますが、ここで生徒自らが見いだしたものを使うことでいっそう学習意欲を喚起できると思います。考え方を一つだけ取り上げて進めることは文字の使い方、文字式での表し方等の指導には効率的ですが、それだけではせっかくグループでの活動で生み出したその他の考え方が無駄になってしまいます。そこで教科書ではp.79問4を設けて、2つの考え方を取り上げています。しかし、生徒が考えたものはこれ以外にもあると思いますので、この問4とともに、ノートに記述した考え方を使って求める作業も追加して行い、発表し合います。これらの活動の継続としてp.92の「数学の広場」を使うことができます。時間があれば授業内に取り入れて扱うとよいのですが、生徒の個別活動にしてもよいでしょう。三角形の形を他の形に変えた場合を考えさせ、並べる形、考え方、本数の求め方、結果をレポートにまとめさせ、それらを冊子にまとめたり教室に展示したりして、生徒同士が共有できるようにします。

【中学数学 2】における事例

実験・体験活動を通して生徒を授業に巻き込むことができる内容として6章「確率」があります。p.181のLet's TryのQ1からp.184までの内容を指導するにあたっての

データづくりを、アクティブ・ラーニングの指導方法で扱うことにします。

【教科書「中学数学2」p.181 Let's Try】

Q1 1個のさいころを投げて、1の目が出る回数を調べてみましょう。さいころを投げる回数を50、100、200、……と増やし、1の目が出た回数を下の表に書いてみましょう。



投げた回数	1の目が出た回数
50	
100	

指導形態はグループワークを想定し、6つの班をつくります。さらに各班の中で、2人1組のグループをつくります。

第1の班は1の目を、第2の班は2の目をというように、6の目まで調べる目の数を各班に割りあてます。班ごとで投げた回数の合計が2000回になるように2人1組で何回投げればよいかを決めます。記録用紙は事前に2人1組用と班ごとの合計用を用意し、Let's TryのQ1のように投げた回数をA欄、それぞれの目が出た回数をB欄、教科書にはありませんが合計用にはB÷A欄を設けておきます。Q1では、1の目だけを調べるようになっていますが、同時に1の目から6の目まで調べ、相対度数にあたるB÷Aまでを求める作業を生徒全員を巻き込んで行います。得られたデータを共有することによって相対度数、確率の意味、同様に確からしい、等の指導が生徒の自主的な活動をもとに行えると思います。

【中学数学3】における事例

1章「式の計算」のLet's Tryで、カレンダーの数についての性質を扱います。ここでは発見学習を通して、多項式の意味指導の導入、そして計算指導の必要性に結びつけることがねらいです。

Q1、Q2では、1組の4つの数を取り上げて2通りのきまりを見いだすことを求めて

【教科書「中学数学3」p.11 Let's Try】

Q1 4つの数の和にはどんなきまりがあるか、調べてみましょう。

3	4
10	11

 $3+4+10+11=\square$

Q2 4つの数について、右上の数と左下の数の積から、左上の数と右下の数の積をひいた差にはどんなきまりがあるか、調べてみましょう。

3	4
10	11

 $4\times 10-3\times 11=\square$

おり、Q1ではこれまでの知識で解決できることを知らせ、Q2は新しい学習が必要であることを知らせています。そしてQ2の解決は、章の学習が進み、文字式を使った証明を扱うp.38の間4でなされます。

通常の授業では問答形式の指導方法で扱われることと思いますが、数の規則を見いだすことを優先し、数の選び方を自由にします。クラスをグループに分けて、それぞれで数の選び方とそのときのきまりを見いだし記録するように指示します。この活動では生徒相互の議論がなされることが想定されます。さらに各グループの結果を発表し合うことにより、調べた成果が共有されます。発表された規則の中から既習事項で解決できるものと、解決に新しい知識が必要なものに分ける作業の中で、多項式の意味指導ができると思います。p.38の間4を扱う際に、Let's Tryで生徒自らが見いだした規則で残されていたものを再度取り上げ、協働して解決します。

以上3つのLet's Tryに注目してきましたが、アクティブ・ラーニングの視点から一歩進め、新版教科書「中学数学」を使用した教材研究は、先生方一人一人の特色ある授業づくりに大いに役立つものと考えます。先生、生徒が一緒になってマイ教科書として活用されることを期待しております。

提言 1

これからの中学校数学の指導について

— 数学を学ぶ楽しさや数学を学ぶ意義を伝えていくこと —

山崎 浩二

〔岩手大学教授〕



1. 「論点整理」に関して

昨年8月に「社会に開かれた教育課程を目指して—中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会教育課程企画特別部会における論点整理—」（以下、「論点整理」という。）が示され、次期学習指導要領の内容が少しずつ明らかになってきている。

この中では、各教科等で育成される資質・能力の内容の体系化・構造化を図り、その全体像を整理することが盛り込まれている。また、「知識・技能」「思考・判断・表現」「主体的に学習に取り組む態度」の三つの能力の育成が示され、算数・数学であれば、例えば「事象を数学的に捉えて問題を設定し、解決の構想を立てて考察していく過程」で、思考力等の育成の役割を担うことなどが記されている。

2. 算数・数学の現状と課題

「論点整理」の根拠の一つである、国内外の大規模な到達度調査や比較調査などからは、わが国の児童・生徒の算数・数学の学力が依然高い水準にあることが明らかになっている。しかし、生徒が数学を学習することを楽しいと感じたり、学習する意義を実感したりすることについては、残念ながらまだ改善されているとは言えない。また、「判断の根拠や理由を示しながら、自分の考えを述べること」などにも課題があ

る。数学の学習に前向きな生徒は数学の成績もよい傾向にある。今後は、子どもたちに、そして社会全体に対して、数学を学ぶことの意義や楽しさ・大切さについて、これまで以上にきちんと伝えていくことが必要となろう。

3. 数学を学ぶ楽しさや意義を伝えること

(1) 数学的活動の質的向上

数学的活動については、この20年間に数多くの実践とその成果が蓄積されてきている。数学的活動の意義は、元来、「数学の概念の習得と能力の習得を一体として考えること」、「過程としての数学も重視すること」、さらには「活動そのものの楽しさを実感すること」などにある。それゆえに、数学的活動を通して、数学の知識や技能の確かな理解が図られ、数学的に考える力が育まれ、数学の学習に対する興味・関心が高まることが期待できる。今後はこれまでの蓄積を踏まえ、その質をさらに向上していくことが必要となろう。教科書にも数多くの数学的活動が見られる。それらの主旨をきちんと捉え、生徒が一つ一つの学習内容の意味や必要性、学ぶ楽しさが実感できるよう数学的活動を仕組んでいくことである。小学校での算数的活動と連携させることも大事にしたい。

帰納・類推・演繹などに代表される数学

的な推論は、算数・数学の学習を通して身につく汎用的スキルでもある。また、発展的・統合的に考えていくこと、解決方法や結果などを多様に考えていくことなども、大切な数学的活動である。積極的に取り上げていきたい。

(2) 事象を数学的に捉え、問題解決すること

日常事象での問題を、数学を活用して解決する経験は、数学を学習する意義を実感する格好の機会となる。ICTの活用が進むことで、よりいっそう充実も期待できよう。数や式、図形、グラフなどを使って数学的に解釈したり検証したりする過程では、数多くの数学的活動が内在する。ぜひ積極的に取り組んでいきたい。

(3) 数学的な論拠を基に判断すること

「論点整理」では、数学的な思考力等が「根拠に基づき考察を深めたり意思決定を行ったりするために欠かせない力」とされている。さらに、知識基盤社会で必要となる能力の一つとして、「社会生活などの様々な場面において必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすること」も示されている。特に、統計的な分析を基に判断し説明できることは、社会人に必要なスキルの一つとしても、今後いっそう求められる学習となろう。特定の課題に関する調査（論理的な思考）の結果からは、「必要な情報を抽出し、分析する」ことに課題があることも指摘されている。中・高等学校を通じて育成していくことが望まれる。

4. 数学の学習の評価

評価規準に基づく評価の内容等については、指導と評価の一体化がさらに進むであろう。数学科のカリキュラムは、数学そのものの体系に依存する部分が多い。このことが、例えば「図形」領域であれば、とも

すると、図形指導が、幾何学そのものの指導に偏る原因の一つとなっていないだろうか。図形指導とは、数学の学習の目的のうち、図形を通して教えることが最も適する事柄や内容を習得させることでもある。それは、例えば、論理的な思考や多様な見方や考え方や発見的な学びであり、図形のもつ性質の面白さや美しさ、などである。これらを授業を通して顕在化することで、生徒は、図形を学ぶ楽しさが実感できるはずである。「図形を理解すること」の評価なども、このような指導のねらいに基づいても、見取られなければならない。

また、大学入試改革の影響も少なからず予想される。平成32年度より入試制度が変わる。知識・技能の習得に加え、知識の活用力や主体的に学ぶ力など、多面的、総合的に評価する問題も出題される。例えば、答えが一つとは限らない問題、他者を想定して考え合う問題なども考えられよう。中学校でも、自ら考え、判断できることが、これまで以上に求められる。

5. 特別支援の視点からみた数学の指導

算数・数学ワーキンググループでは、特別支援教育の観点から必要となる支援等も議論されている。従来、数学の成績が思わしくない要因には、正確に処理する習慣や基礎となる事項の知識や理解の不足、などがあった。加えて、学習の目的とその意味や必要性について見通しを持たせること、興味・関心を高め、五感を用いて捉えられる工夫をすること、学習過程や学習成果の振り返りや蓄積を大切にすること、そして何よりも、自由に考えられることを保証することなどの視点を大切にして、落ち着いて数学の学習に臨めるよう、授業を見直す必要がある。実は、これらのことは、いずれも普通の授業でも大切にすべきことであろう。

提言2

小学校から考える小中連携

高槻 義一

〔杉並区立済美教育センター調査研究員（元東京都杉並区立杉並第七小学校校長）〕



1. はじめに

小学校から中学校への意図的かつ円滑な接続を図り、9年間を通した学習指導や生活指導、進路指導を目指した小中連携が各地で行われている。小・中学校の教師が互いに授業を参観して合同の研修会を行い、指導内容や指導法、評価法について意見を出し合い、理解が深まりつつある。

そこで、小学校が考える小中連携について、算数・数学の指導法の連続性の確保と指導内容の系統性の理解の観点から考えを述べる。

2. 指導法の連続性の確保

(1) 対話的な学びのある授業

かつて小学校教師から見える中学校の授業はあまりにも小学校とかけ離れていて驚く事が多かった。1単位時間に多くの問題を教師が説明し、次々と解決していく授業は小学校では到底考えられない。小学校では1つの問題について解決を図り、ペア学習やグループ学習を取り入れて、児童が考えを互いに説明し合い、考え方を共有するような協働的な授業が行われるようになってきたからである。しかし、小中連携が進んだこともあり、中学校でもグループ学習を取り入れたり、生徒が自分の考えを説明したり、隣同士で説明し合うような授

業が見られるようになった。「毎時間は無理でも1週間に1日は生徒が説明する学習を取り入れている」「教科書の問いや数学的活動の課題の場面のところは話し合せている」「毎時間グループ学習を行い、生徒が考えを説明できるような授業にしている」という声が聞こえてきている。

思考力・表現力・判断力の向上が求められている。算数的活動や数学的活動を通した授業を行い、児童・生徒が主体的に問題に取り組み、解決の仕方をペアやグループで説明し合う授業、つまり対話的な学びのある授業を積み重ねることが必要と考える。

(2) 問題解決力を身に付ける授業

小学校の授業は問題解決型の授業展開が多い。児童が課題を把握し、解決方法や答えの見通しをもって自力解決し、解決の仕方や考え方をペアや全体で検討する授業である。これはよりよい考え方を育み、問題解決力を身に付けることを意図している。

同じく中学校でも1単位時間の幾つかの問題について、生徒が問題の解決方法を発表し、全体で解決方法を検討する問題解決型の授業が展開されるようになってきている。問題解決型の授業を小学校と中学校が連続して行い、どの子にも問題解決力が身に付くようにしたい。

3. 指導内容の系統性の理解

指導内容の系統性の観点から小中連携について考えてみたい。

(1) 同じ教材名でも異なる内容

算数と数学で同じ教材名で、内容も同じように思われがちな教材がある。

中学校では、式について文字を使った式の意味や数量の関係を表す式などを指導する。小学校では式の表し方と読み取りを指導するが、式とは問題を解決するための手段であると理解している子が多い。また、未知数や伴って変わる数量は□の代わりに文字 a , b , x , y を使うと知らせるだけである。文字式に表す必要性やよさは中学校で学ぶとしている。更に未知数の求め方も中学校では等式の性質を用いて求めるが、小学校では逆算で求めるよう指導している。

比例については、小学校では比例の意味や表、式、グラフについて指導し、中学校では比例を関数の1つの代表的な例として取り上げて指導することになる。小学校で指導した比例の定義が中学校では比例の性質に変わり、中学校では表に0の欄があり、グラフの原点O(オー)も指導する。

対称な図形についても小学校では1つの図形について折り曲げたり回転させたりと操作を通して、図形の自己対称形に限って指導している。中学校では図形の移動の観点から対称の軸や対称の中心が内部だけでなく外部にある場合も考える。また、小学校で指導した操作が回転移動や対称移動という観点から見直される。

このように小学校と中学校では指導内容が微妙に異なっている。中学校の指導は形式的、論理的な扱いになるので、小学校の指導内容を十分生かして、何に重点を置いて指導するかを明確にする必要がある。

(2) 帰納的な理解から演繹的な理解へ

図形の学習は、小学校では図を描いたり、切ったり、折ったりと、具体的な操作によって図形の性質を帰納的に導き出すことが主となっている。中学校ではいろいろな図形の性質を演繹的に導き出したり、論理的に確かめたりする学習が主となっている。

例えば図形の合同の指導は、小学校では図形を写し取って図形を重ね合わせ、ぴったり重ね合わせることができるとき、2つの図形は合同であると理解させている。作図もいろいろな描き方から能率的な描き方を帰納的に見いだして理解をさせている。しかし、中学校では作図をしなくても合同条件を用いて合同であると演繹的に理解させている。

扇形の面積の求め方についても中学校では演繹的に公式化し、中心角の角度を基に360度分のいくつ分で表して求めるが、小学校では操作的に円の中心角の2分の1、3分の1、……として面積を求めている。

このように解決の仕方や理解のさせ方が小学校と中学校では異なっている。指導にあたっては、小学校での学習内容を基に演繹的に考えられるように指導したい。そのことが円滑な学びを促し、生徒の理解を確かにすると考える。

4. おわりに

現在、深い学びと主体的な学び、そして対話的な学びが求められている。小学校と中学校が連携して指導法を連続させて望ましい学び方を積み重ねるとともに、指導内容の系統性を十分理解して、児童・生徒の考え方が深まる授業にしたい。そのためには小・中学校の教師双方が意図的に円滑な接続を図るための授業改善の方向を明確にして取り組む小中連携、ひいては小中協働(生かし合い)でありたい。

提言3

わかりやすい数学授業のための デジタル教科書活用

高橋 純

〔東京学芸大学准教授〕



1. デジタル教科書とは

デジタル教科書は、教員が学習指導に活用する「指導者用デジタル教科書」と、生徒が現在の紙の教科書のように用いる「学習者用デジタル教科書」に分けられる。

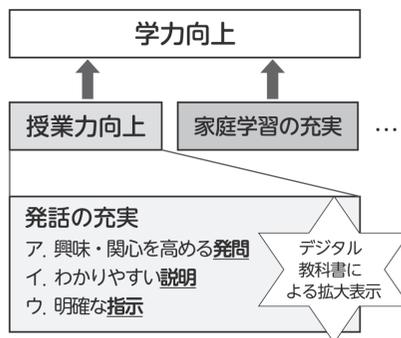
このうち、現在、全国の学校に普及しつつあるのは、指導者用デジタル教科書である。文部科学省の教育の情報化ビジョンによれば、指導者用デジタル教科書とは、「紙の教科書の内容を引用しつつ、任意箇所の拡大、任意の文章の朗読、動画など、分かりやすく深まる授業に資する機能を有している」とされる。同省の2015年3月末の調査結果によれば、指導者用デジタル教科書は、全国の中学校の46.0%に導入されており、最も普及している佐賀県では100%となっている。数多くのICT機器やソフトの中で、近年、普及が著しい。

一方、学習者用デジタル教科書は、まだ研究段階にあるといえるだろう。もちろん、学習内容によっては、紙よりもわかりやすく優れた表現が実装できるケースもある。この場合には、現在でも活用する事はできる。しかし、全ての学習内容において紙よりもデジタル教科書のほうが優れた表現になるためには、さらなるICT技術の発展が望まれる。加えて、生徒1人1台のタブレット端末等が必要なこともあり、本格的な普

及にはしばらく時間がかかるだろう。

2. 指導者用デジタル教科書の効果

指導者用デジタル教科書の最も多い活用法は、掛図のように、教科書紙面の一部を、電子黒板やデジタルテレビ等に「拡大提示」することである。この結果、教員は「より興味・関心が高まる発問となった」「よりわかりやすく説明できた」「より明確な指示ができた」「生徒の視線が上がった」といった効果を実感している。つまり、1時間の授業で何度も行われる発問、説明、指示といった教員の発話をよりよくする役割が、指導者用デジタル教科書にはある。だからこそ日常的なICT活用となる。そして、こういったデジタル教科書による拡大提示を伴った発話が繰り返されることで、よりよい授業となり、学力向上に結びつくのである(下図)。



指導者用デジタル教科書活用と学力向上の関係

3. 指導者用デジタル教科書の効果的な活用法

教員が指導者用デジタル教科書を活用する際は、(1)何を拡大提示するか、(2)どのように拡大提示するか、(3)何と発話するか、がポイントとなる。

(1)については、小学校算数科指導者用デジタル教科書における139件の活用事例を分析した結果、多い順に、教科書の文章の拡大提示が70件、教科書の図が68件、教科書のグラフが21件、アニメーション等の動画は12件であり、つまずきやすい箇所や説明しにくい箇所が拡大提示されることが多い。つまり、生徒の手元に教科書があったとしても、説明や指示の徹底のために、あえて同様の内容を拡大提示するのが基本的な活用法である。

(2)については、余計な内容を映さずに、教科書の図のみ、グラフのみを拡大提示するための「ズーム」、指や指し棒による「指し示し」、ペン機能等による「書き込み」が主な活用法である。つまり、単に教科書紙面を拡大提示するのではなく、これらの「焦点化」を付け加えることで、いっそうわかりやすく伝えることができる。

(3)については、従来通りに重要である。加えて、「ここ」とか、「このあたり」のような言葉も用いてわかりやすく説明する。

指導者用デジタル教科書の活用はつねに、これらの3点を適切に行うことが重要である。しかし、これは板書や掛図の活用のポイントと本質的には変わらない。つまり、教員の指導技術と、指導者用デジタル教科書がかけ合わされることで、よりいっそうの効果が得られるのである。

4. デジタル教科書活用の「段階」とは

「わかる」のレベルを、「浅い」と「深い」に区別して考えるならば、指導者用も学習

者用も、デジタル教科書は主に浅いわかりの段階に効くと考えられる。例えば、生徒が立体の展開図をデジタル教科書のアニメーションで見てわかった気になったとしても、浅いわかりの段階に過ぎない。本質的な深いわかりに誘うためには、実際に展開図を作って立体を組み立ててみたり、いろいろな種類の展開図で確認したり、友人と比較したり説明し合ったりといったことが必要である。つまり、深いわかりを得る段階では、デジタル教科書を超えた学習活動となる。現時点で、デジタル教科書そのもの、こういった学習活動を完全に保証する機能は実装できていない。仮にICT技術が大きく進展しても、深いわかりを得るために、アクティブ・ラーニング等が必要であることは変わらない。デジタル教科書そのものの効果は限定的と考えられる。

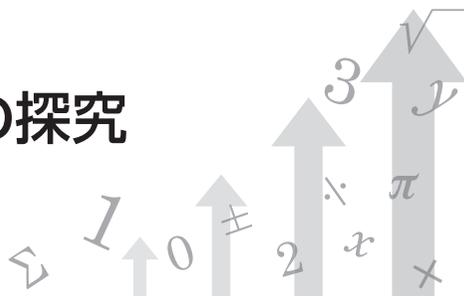
しかし、このようなことからデジタル教科書に落胆したり不要としたりするのもまた早計だろう。最初の浅いわかりは、生徒の学習の動機づけにも重要である。最初がわからなければ、深いわかりにも到達できない。この段階にデジタル教科書は効果がある。また、生まれたときからテレビやビデオといった映像で育った生徒に、板書と教員の言葉のみで理解を促すのは困難である。最終的に生徒が教員の言葉だけで理解できることが理想でも、そのために数学がわからなければ残念である。デジタル教科書は映像だと理解しやすい段階にも効果がある。

薬に万能薬がないように、デジタル教科書は何でもできる魔法の杖ではない。効果的な学習指導の「段階」を見極めて活用することで、優れた学習指導の手段となる。

貴重な文化財『算額』の探究

吉野 茂

[東京都立三鷹中等教育学校主幹教諭]



1. はじめに

和算を発達させた1つの契機ともなった「算額」は、数学の問題が解けたことを神仏に感謝し、ますます勉学に励むことを祈念するとともに、人々の集まる神社仏閣を発表の場として、特に江戸時代に多く奉納されたといわれている。このような習慣は、世界にも例がなく日本独特の文化として世界からも注目されている。

中学校や高校の教科書を調べると、和算に関する内容がいろいろと取り上げられている。また、全国学力・学習状況調査（平成24年度）においても、有名な和算書である「塵劫記」から、相似を利用して木の高さを測定する問題が出題されたことがある。

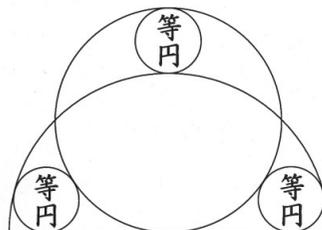
難しい問題も多いのだが、中学生にも探究できそうな問題を選別し、授業やレポートの課題として取り上げるにより、先人である江戸時代の人々が楽しんだ数学に触れることで、生徒たちが数学に対してよりいっそう身近に感じるきっかけとすることができるのではないかと考えている。

本稿では、本校の中学3年生が昨秋に実施した修学旅行（奈良・京都）の際に、Mくんたちの班が入手した「算額問題」への探究の一端を紹介したいと思う。

2. 生徒が修学旅行で入手した問題より

今回取り上げるのは、京都市中京区三条通に鎮座する武信稲荷神社に奉納されている算額（嘉永6年）の中の第2問である。（ちなみに、この年は、アメリカのペリー提督が黒船で来航したことで有名である。）

図1



「今有如圖半圓與中圓相交容等圓三个
只云中圓徑一寸問等圓徑幾何
答曰 等圓徑二分九厘二毛余
術曰置五分開平法以減一个乘中徑得
等徑合問」

上記のように、「算額」の問題は漢文で書かれたものが多く、しかも旧字体が混じっているのが、書き下し文にするのも一苦勞である。（この解説が面白いという生徒もいるが、本稿では、これらの読み方について解説することが主眼ではないので、その詳細は省略する。）

この問題の現代語訳は次のようになる。「半円と中円が交わり、図のように3個の等円が内接している。中円の直径が一寸のとき、等円の直径を求めよ。」

ちなみに「答」は、およそ0.292寸であり、 $(1 - \sqrt{0.5}) \times (\text{中径})$ を計算することにより得られることが「術」に示されている。

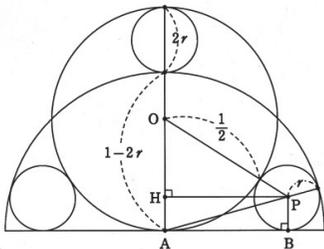
なお、和算においては、求めるものが「半径」ではなく「直径」であることに留意する必要がある。

3. 部分的に範囲外の内容になるが…

現行の学習内容においては、2円の位置関係が中学校に位置づけられていないので、この問題は解く過程で部分的に範囲外となってしまうのが難点であるが、生徒の実態に応じたヒントや助言を適宜加えながら、解決に向けた探究を進めることは可能だと思ふ。先生方も、まずご自身で取り組みながら、生徒の実態に合わせた指導案を練ってみたい。

2円の位置関係や2円の共通接線の長さなどについての知識がある場合には、下のような解法が考えられる。

図2



<解法1>

図2において、等円の半径を r とすると、中円の直径は1だから、

$$OH = \frac{1}{2} - r, \quad OP = \frac{1}{2} + r$$

これをもとにして、 $AB = HP = \sqrt{2}r$

また、 $AP = (1 - 2r) - r = 1 - 3r$, $PB = r$

よって、直角三角形 ABP において三平方

の定理より $r^2 + (\sqrt{2}r)^2 = (1 - 3r)^2$

これを整理して $8r^2 - 8r + 1 = 0$ より

$r = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$ を得る。ここで、

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{4} > \frac{1}{2}, \quad 0 < \frac{2 - \sqrt{2}}{4} < \frac{1}{2} \text{ より}$$

条件を満たす r は $r = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ となり、

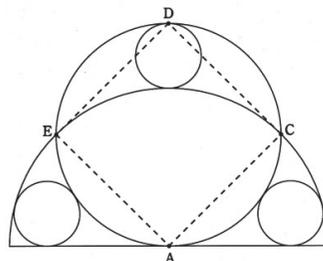
等円径は $\frac{2 - \sqrt{2}}{4} \times 2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ となる。

よって、この値の近似値は0.2929となり、「等円径二分九厘二毛余」と一致する。

上記の解答に至るまでには、かなりのヒントや助言が必要な場合もあると思われるが、答にたどり着いたときにはそれなりの満足感が得られるはずである。

今回の授業で面白かったのは、上記のような解法により解決したところで、Mさんから次のような発言があったことである。「図3において、四角形 ACDE は正方形になるのでは？」

図3



「もし、それがいえるなら、等円の直径はもっと簡単に求めることができる」と言って、以下の説明を始めた。

<解法2>

図3において、四角形 ACDE が正方形だとすると、

$\triangle ACD$ は直角二等辺三角形となるから、

$$AD = 1 \text{ より}, \quad AC = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって、AD と半円との交点を F とすると、

$$AF = AC = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ より}$$

$$DF = AD - AF = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

確かに、<解法1>と同じ結果となる。

4. 四角形ACDEは正方形といえるか？

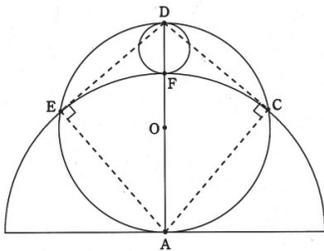
＜解法2＞の結果から、Mくんの予想は正しいのではないかということになった。しかも＜解法1＞の方法に比べるとかなり簡単に求めることができる。

そこで、Mくんの予想である「四角形ACDEは正方形になるのでは？」について、皆で考えることにした。

考察過程のはじめの段階で、生徒たちの多くは、半円と中円および等円の1つ（DFを直径とする円）に着目し、円周角の定理を使って解決しようとしていた。そして、「円周角の定理を使えば、 $\triangle ACD$ や $\triangle OCD$ などが直角二等辺三角形になることが示される」というような意見が出され、一旦はMくんの＜解法2＞が支持された。

しかし、後半になって、その考え方にはおかしいところがあることに気づいた生徒も出てきた。「3点A, O, Dは円Oの直径上の点なので一直線上にあるが、C, O, Eは一直線上にあるとは限らない」という指摘だった。

図4



実際、図4に示したように、彼らが注目した図形（半円と中円および1つの等円）だけでは、一般に、四角形ACDEが凧形（ $AC=AE$, $DC=DE$ ）になることは示せるが、正方形になることまでは無理である。この問題は、3つの等円が内接することが条件となっており、この条件のもとに正方形となるからである。

Mくんの予想は、「術」の記述から読み取ったとも考えられるが、その直観力は大いに評価できる。Mくんの疑問に、先生方ならばどのように応えてくださるだろうか。

5. おわりに

中学生が算額を通じて、考える喜びや問題を解く楽しさを味わう機会はいろいろと用意されている。

例えば、岩手県一関市博物館が主催している「和算に挑戦」というものがある。毎年12月の初旬に挑戦問題（初級、中級、上級）が発表され、年明け早々の締切日までに答案を作成し応募すると全員に解答集（かなり立派な冊子）がもらえる。正解者は解答集に紹介されるほか、優秀答案の作成者は表彰もされる。中学3年生ならば、中級問題に挑戦させるとよいだろう。

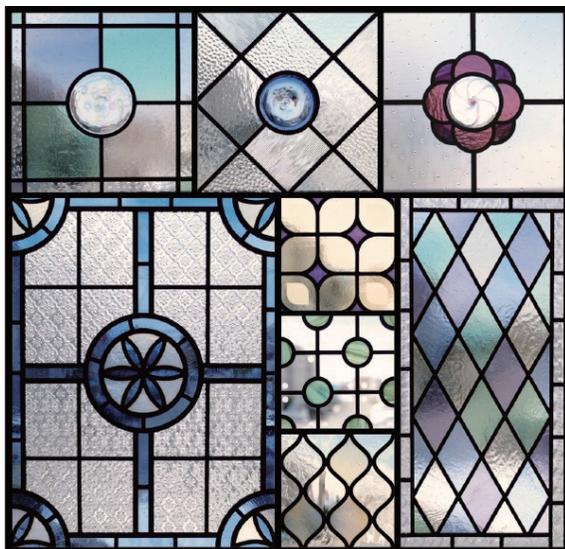
応募形式のものではほかに、日本数学検定協会が昨年からはスタートさせた「算額1・2・3」というものもある。ここ2年間は奈良東大寺の大仏に関する出題がされており、こちらは7月が締切である。

全国には多くの算額が残されている。中学生に紐解ける問題は限られているが、なかなか魅力的な問題も多い。各地区の先生方の協力のもと、それぞれの地域に残されている算額問題の中から選出された手頃な問題を集めれば、かなりやりがいのある素敵な幾何の問題集に仕上がるのではないかなと秘かに期待しているところである。

章の配列と指導時数

1 年	時数	2 年	時数	3 年	時数
1 章 正の数, 負の数	23	1 章 式の計算	15	1 章 式の計算	20
1 節 正の数, 負の数		1 節 式の計算		1 節 多項式の乗法と除法	
2 節 加法と減法		2 節 式の活用		2 節 因数分解	
3 節 乗法と除法		2 章 連立方程式	15	3 節 式の活用	
4 節 正の数, 負の数の活用				2 章 平方根	16
2 章 文字と式	19	1 節 連立方程式とその解き方		1 節 平方根	
1 節 文字の使用		2 節 連立方程式の活用		2 節 平方根の計算	
2 節 式の計算		3 章 1 次関数	17	3 節 平方根の活用	
3 節 式の活用				3 章 2 次方程式	12
4 節 数量の関係を表す式				1 節 2 次方程式とその解き方	
3 章 方程式	16	2 節 1 次関数と方程式		2 節 2 次方程式の活用	
1 節 方程式とその解き方		3 節 1 次関数の活用		4 章 関数 $y = ax^2$	15
2 節 方程式の活用		4 章 平行と合同	18		
4 章 比例と反比例	20	1 節 平行線と角		1 節 関数 $y = ax^2$	
1 節 比例		2 節 合同と証明		2 節 関数 $y = ax^2$ の活用	
2 節 反比例		5 章 三角形と四角形	19	3 節 いろいろな関数	
3 節 比例, 反比例の活用				5 章 相似な図形	24
5 章 平面図形	21	1 節 三角形		1 節 相似な図形	
1 節 平面図形の基礎		2 節 四角形		2 節 平行線と線分の比	
2 節 作図		6 章 確率	9	3 節 相似な図形の面積の比と体積の比	
3 節 図形の移動				1 節 確率	
4 節 円とおうぎ形の計量				6 章 円	10
6 章 空間図形	17			1 節 円周角の定理	
1 節 立体の基礎				2 節 円周角の定理の活用	
2 節 立体の見方と調べ方				7 章 三平方の定理	13
3 節 立体の体積と表面積				1 節 三平方の定理	
7 章 資料の整理と活用	11			2 節 三平方の定理の活用	
1 節 資料の整理				8 章 標本調査	7
2 節 資料の活用				1 節 標本調査	
3 節 近似値と有効数字				2 節 標本調査の活用	
小計	127	小計	93	小計	117
予備	13	予備	12	予備	23
合計	140	合計	105	合計	140

● 学習指導要領では、標準時数として1・3年では140時間、2年では105時間が示されていますが、上の表では、学校や生徒の実態に応じて弾力的に指導できるように、配当時数を設定しています。



ステンドグラスに見られる幾何学模様

中学数学通信 coMpass (2016年 春号) 2016年3月31日 発行

編集：教育出版株式会社編集局
印刷：大日本印刷株式会社

発行：教育出版株式会社 代表者：小林一光
発行所：教育出版株式会社
〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-10 電話 03-3238-6864 (お問い合わせ)
URL <http://www.kyoiku-shuppan.co.jp>



なかよし宣言

わたしたちをとりまく自然や社会は、科学技術の進展や国際化、情報化、高齢化などによって、今、大きく変わろうとしています。このような社会の変化の中で、人間や地球上のあらゆる命がのびのびと生きていくためには、人や自然を大切にしながら、共に生きていこうとする優しく大きな心をもつことが求められています。

わたしたちは、この理念を「地球となかよし」というコンセプトワードに込め、社会のさまざまな場面で人間の成長に貢献していきます。

- 北海道支社 〒060-0003 札幌市中央区北3条西3丁目1-44 ヒューリック札幌ビル 6F
TEL: 011-231-3445 FAX: 011-231-3509
- 函館営業所 〒040-0011 函館市本町6-7 函館第一ビルディング3F
TEL: 0138-51-0886 FAX: 0138-31-0198
- 東北支社 〒980-0014 仙台市青葉区本町1-14-18 ライオンズプラザ本町ビル 7F
TEL: 022-227-0391 FAX: 022-227-0395
- 中部支社 〒460-0011 名古屋市中区大須4-10-40 カジウラテックスビル 5F
TEL: 052-262-0821 FAX: 052-262-0825
- 関西支社 〒541-0056 大阪市中央区久太郎町1-6-27 ヨシカワビル 7F
TEL: 06-6261-9221 FAX: 06-6261-9401
- 中国支社 〒730-0051 広島市中区大手町3-7-2
あいおいニッセイ同和損保広島大手町ビル 5F
TEL: 082-249-6033 FAX: 082-249-6040
- 四国支社 〒790-0004 松山市大街道3-6-1 岡崎産業ビル 5F
TEL: 089-943-7193 FAX: 089-943-7134
- 九州支社 〒812-0007 福岡市博多区東比恵2-11-30 クレセント東福岡 E室
TEL: 092-433-5100 FAX: 092-433-5140
- 沖縄営業所 〒901-0155 那覇市金城3-8-9 一粒ビル 3F
TEL: 098-859-1411 FAX: 098-859-1411